UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE BEWEGUNGSVERHÄLTNISSE IN DEM DREIFACHEN

STERNSYSTEME ξ SCORPII.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

BEI DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

VORGELEGT

VON

RICHARD SCHORR.

MÜNCHEN 1889.

AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI VON F. STRAUB.

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE BEWEGUNGSVERHÄLTNISSE IN DEM DREIFACHEN

STERNSYSTEME ξ SCORPII.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

BEI DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

VORGELEGT

VON

RICHARD SCHORR.

MÜNCHEN 1889.

AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI VON F. STRAUB.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547425_0008

§ 1.

Nach den interessanten Resultaten, die Herr Seeliger bei seinen Untersuchungen über das dreifache Sternsystem ζ Cancri erhalten hat, war es wohl angezeigt, ähnliche Untersuchungen auch bei anderen dreifachen Sternsystemen auszuführen. Solcher Sternsysteme giebt es aber nur noch zwei, die während eines hinlänglich langen Zeitraumes beobachtet sind, nämlich ξ Scorpii und 12 Lyncis. Bei dem letzteren ist aber die Veränderung der Coordinaten während des zur Verfügung stehenden Zeitraumes so gering, dass dieses Sternsystem zu einer näheren Untersuchung noch nicht geeignet ist. Bei ξ Scorpii dagegen liegen die Verhältnisse so, dass man auf einen Erfolg hoffen kann und will ich deshalb im Folgenden die Bewegung in diesem Systeme näher untersuchen.

Das Sternsystem ξ Scorpii (Σ 1998; $\alpha = 15^h 56.^m4$, $\delta = -10^0 57'.8$, 1855,0), vielfach fälschlich ξ Librae genannt, wurde am 12. Mai 1782 von W. Herschel als dreifach erkannt, und zwar wurde an diesem Tage von demselben die gegenseitige Stellung der drei Sterne bestimmt. Die physische Zusammengehörigkeit der drei Sterne ist jedoch erst von W. Struve durch seine Beobachtung vom Jahre 1825 festgestellt worden. Derselbe bezeichnet die beiden nahe an einander stehenden Sterne mit A und B, den entfernteren Stern mit C; diese Bezeichnung werde ich im Folgenden immer gebrauchen. Die Helligkeit der drei Sterne giebt W. Struve (Mensurae micrometricae pag. 22) wie folgt an:

$$A = 4.^m9; \qquad B = 5.^m2; \qquad C = 7.^m2.$$

Seit W. Struve's Beobachtung vom Jahre 1825 hat der Stern B um den Stern A bis jetzt einen Bogen von ungefähr 200^0 bei einer Distanz

von 0.″4 bis 1.″4 beschrieben, während der Stern C in dieser Zeit um die Mitte von A und B, nach W. Struve im Folgenden mit $\frac{A+B}{2}$ bezeichnet, nur einen Bogen von 12^0 bei einer Distanz von etwa $7''$ zurückgelegt hat. Die Beobachtungen der gegenseitigen Stellungen der drei Sterne vertheilen sich auf den Zeitraum von 1825 an ziemlich gleichmässig, nur in der Zeit von 1850—1860 sind wegen der kleinen Distanz der Sterne A und B und der damit verbundenen schwierigen Trennbarkeit derselben nur wenige Beobachtungen der Stellung des Sterns B gegen A vorhanden. Ich habe mich bemüht die vorhandenen Beobachtungen ziemlich vollzählig zu erhalten und habe, wie ich ausdrücklich bemerke, dieselben nur aus den Originalabhandlungen entnommen. Bei der Bildung der Jahresmittel für die einzelnen Beobachter habe ich immer nur Beobachtungen eines Jahres in ein Mittel vereinigt, niemals solche aus mehreren Jahren, auch habe ich den einzelnen Abenden gleiches Gewicht gegeben, ganz gleichgültig, ob mehr oder weniger Beobachtungen an demselben angestellt waren. Es erscheinen hierdurch manche Jahresmittel etwas verschieden von den von den Beobachtern selbst angegebenen Jahresmitteln.

§ 2.

Ich will nun zunächst die Bewegung des Sternes B um den Stern A behandeln, und dabei auf eventuelle Einwirkungen des Sternes C keine Rücksicht nehmen.

Die Methode, die ich zur Auffindung der elliptischen Elemente befolgte, rührt im Princip von J. Herschel her, die Formeln jedoch sind von Herrn Seeliger, welcher sie in seiner Vorlesung über die „Theorie der Doppelsternbewegungen“ vortrug. Da dieselbe bisher noch nicht veröffentlicht ist, sich aber durch grosse Einfachheit auszeichnet, so will ich dieselbe hier mit Genehmigung von Herrn Seeliger mittheilen.

Nimmt man den Stern A als Anfang eines Coordinatensystems xyz, dessen xy-Ebene mit der Projectionsebene zusammenfällt und dessen x-Axe nach Norden gerichtet ist, so ist:

$$x = \varrho \cos p, \qquad y = \varrho \sin p, \tag{1}$$

wo p und ϱ den Positionswinkel bezw. die Distanz des Sternes B in Bezug auf den Stern A bezeichnet. Die Gleichung der scheinbaren Ellipse wird dann durch folgende Gleichung dargestellt:

$$\beta x^2 + \gamma y^2 + 2\delta xy + 2\varepsilon x + 2\zeta y - 1 = 0 \qquad (2)$$

Sind fünf Positionswinkel und fünf Distanzen gegeben, so kann man durch Auflösung eines Systems von fünf Gleichungen, sind mehr Positionswinkel und Distanzen gegeben, durch Aufsuchung der wahrscheinlichsten Werthe nach der Methode der kleinsten Quadrate, die fünf Constanten $\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$ immer bestimmen. Obige Gleichung (2) stellt aber auch die Gleichung eines elliptischen Cylinders dar, dessen Leitlinie die scheinbare Ellipse ist. Wir wollen nun diese Gleichung auf ein anderes Coordinatensystem $x'y'z'$ transformiren, das auch den Stern A als Anfang hat, dessen x'-Axe in der Knotenlinie und dessen y'-Axe in der Ebene der wahren Bahn liegt. Bezeichnet Ω und i die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung der wahren Bahn gegen die Projectionsebene, so ergiebt sich durch eine einfache Coordinatentransformation:

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\Omega - y'\sin\Omega\cos i + z'\sin\Omega\sin i \\ y &= x'\sin\Omega + y'\cos\Omega\cos i - z'\cos\Omega\sin i \\ z &= \quad + y'\sin i \quad + z'\cos i \end{aligned} \qquad (3)$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung (2) ein, und setzt $z' = 0$, so erhält man die Gleichung des Durchschnitts des elliptischen Cylinders mit der $x'y'$-Ebene, also die Gleichung der wahren Bahn:

$$\begin{aligned} &\beta(x'\cos\Omega - y'\sin\Omega\cos i)^2 + \gamma(x'\sin\Omega + y'\cos\Omega\cos i)^2 \\ &+ 2\delta(x'\cos\Omega - y'\sin\Omega\cos i)(x'\sin\Omega + y'\cos\Omega\cos i) \\ &+ 2\varepsilon(x'\cos\Omega - y'\sin\Omega\cos i) + 2\zeta(x'\sin\Omega + y'\cos\Omega\cos i) - 1 = 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

Ferner ist aber auch die Gleichung der wahren Bahn, bezogen auf ein im Mittelpunkt liegendes Coordinatensystem $\xi'\eta'$:

$$\frac{\xi'^2}{a^2} + \frac{\eta'^2}{b^2} = 1 \qquad (5)$$

Führt man ein diesem paralleles Coordinatensystem $\xi\eta$ ein, dessen Anfang im Brennpunkt liegt, so ist:

$$\xi' = \xi + ae; \qquad \eta' = \eta,$$

und die Gleichung der wahren Ellipse, bezogen auf dieses Coordinatensystem:

$$\frac{(\xi + ae)^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1 \tag{6}$$

wo a die halbe grosse Axe, b die halbe kleine Axe und e die Excentricität der wahren Bahn bezeichnet.

Dreht man schliesslich das Coordinatensystem $\xi\,\eta$ um den Winkel λ, dem Winkel zwischen dem Periastrum und dem aufsteigenden Knoten, so fällt dasselbe mit dem $x'y'$-System zusammen, und es wird also:

$$\begin{aligned} \xi &= x' \cos\lambda + y' \sin\lambda \\ \eta &= -x' \sin\lambda + y' \cos\lambda \end{aligned} \tag{7}$$

Folglich wird die Gleichung der wahren Ellipse:

$$\left(\frac{x' \cos\lambda + y' \sin\lambda + ae}{a}\right)^2 + \left(\frac{-x' \sin\lambda + y' \cos\lambda}{b}\right)^2 - 1 = 0 \tag{8}$$

Diese Gleichung muss aber mit der Gleichung (4), die auch die Gleichung der wahren Ellipse, auf das $x'y'$-System bezogen, darstellt, identisch sein; es müssen also die einzelnen Coefficienten in den beiden Gleichungen bis auf einen Proportionalitätsfactor $\varkappa$ einander gleich sein. Daraus ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\varkappa\left(\frac{\cos^2\lambda}{a^2} + \frac{\sin^2\lambda}{b^2}\right) = \beta \cos^2\Omega + \gamma \sin^2\Omega + \delta \sin 2\Omega \tag{9}$$

$$\varkappa\left(\frac{\sin^2\lambda}{a^2} + \frac{\cos^2\lambda}{b^2}\right) = (\beta \sin^2\Omega + \gamma \cos^2\Omega - \delta \sin 2\Omega)\cos^2 i \tag{10}$$

$$\varkappa\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\sin 2\lambda = (-\beta \sin 2\Omega + \gamma \sin 2\Omega + 2\delta \cos 2\Omega)\cos i \tag{11}$$

$$\varkappa \frac{ae \cos\lambda}{a^2} = \varepsilon \cos\Omega + \zeta \sin\Omega \tag{12}$$

$$\varkappa \frac{ae \sin\lambda}{a^2} = (-\varepsilon \sin\Omega + \zeta \cos\Omega)\cos i \tag{13}$$

$$\varkappa(e^2 - 1) = -1 \tag{14}$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich aber die fünf Elemente a, e, λ, Ω, i leicht bestimmen.

Aus Gleichung (14) folgt:

$$\varkappa = \frac{1}{1-e^2} = \frac{a^2}{b^2}; \quad \varkappa\frac{e}{a} = \frac{e}{p}; \quad \varkappa\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) = -\frac{e^2}{p^2} \tag{15}$$

Führt man dies in die anderen Gleichungen ein, so ergiebt Gleichung (12) und (13):

$$\begin{aligned} \frac{e}{p}\cos\lambda &= \varepsilon\cos\Omega + \zeta\sin\Omega \\ \frac{e}{p}\sin\lambda &= (-\varepsilon\sin\Omega + \zeta\cos\Omega)\cos i \end{aligned} \tag{16}$$

Durch Multiplication dieser beiden Gleichungen mit einander findet man:

$$\frac{e^2}{p^2}\sin 2\lambda = \cos i\,(-\varepsilon^2\sin 2\Omega + \zeta^2\sin 2\Omega + 2\varepsilon\zeta\cos 2\Omega)$$

Gleichung (11) ergiebt ferner:

$$-\frac{e^2}{p^2}\sin 2\lambda = \cos i\,[(\gamma-\beta)\sin 2\Omega + 2\delta\cos 2\Omega]$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt aber:

$$\operatorname{tg} 2\Omega = -\frac{2(\varepsilon\zeta+\delta)}{(\zeta^2-\varepsilon^2+\gamma-\beta)} \tag{17}$$

Hieraus ist Ω vierdeutig bestimmt, es wird jedoch später gezeigt werden, wie sich diese Vierdeutigkeit auf eine Zweideutigkeit reducirt.

Subtrahirt man Gleichung (10) von Gleichung (9), so erhält man:

$$\begin{aligned} -\frac{e^2}{p^2}\cos 2\lambda = {} & \beta\cos^2\Omega + \gamma\sin^2\Omega + \delta\sin 2\Omega \\ & -(\beta\sin^2\Omega + \gamma\cos^2\Omega - \delta\sin 2\Omega)\cos^2 i \end{aligned}$$

Quadrirt und subtrahirt man Gleichung (12) und (13), so wird:

$$\frac{e^2}{p^2}\cos 2\lambda = (\varepsilon\cos\Omega + \zeta\sin\Omega)^2 - (\varepsilon\sin\Omega - \zeta\cos\Omega)^2\cos^2 i$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$\cos^2 i = \frac{\sin^2\Omega(\gamma+\zeta^2) + \cos^2\Omega(\beta+\varepsilon^2) + \sin 2\Omega(\delta+\zeta\varepsilon)}{\cos^2\Omega(\gamma+\zeta^2) + \sin^2\Omega(\beta+\varepsilon^2) - \sin 2\Omega(\delta+\zeta\varepsilon)} \tag{18}$$

Da immer $\cos i \leq 1$ sein muss, so folgt hieraus eine Bedingung für Ω.

Um den Parameter p zu bestimmen, benutzt man Gleichung (10), welche ergiebt:

$$\frac{\varkappa}{b^2} - \frac{e^2}{p^2}\sin^2\lambda = (\beta\sin^2\Omega + \gamma\cos^2\Omega - \delta\sin 2\Omega)\cos^2 i$$

Indem man die zweite der Gleichungen (16) quadrirt und zu vorstehender addirt, erhält man:

$$\frac{\varkappa}{b^2} = \frac{1}{p^2} = \cos^2 i\,[\sin^2\Omega(\beta+\varepsilon^2) + \cos^2\Omega(\gamma+\zeta^2) - \sin 2\Omega(\delta+\zeta\varepsilon)] \qquad (19)$$

Durch Vergleichung mit Gleichung (18) folgt:

$$\frac{1}{p^2} = \sin^2\Omega(\gamma+\zeta^2) + \cos^2\Omega(\beta+\varepsilon^2) + \sin 2\Omega(\delta+\varepsilon\zeta) \qquad (20)$$

Hiermit sind alle fünf Elemente a, e, λ, Ω, i bestimmt, doch lassen sich die letzten Gleichungen noch erheblich vereinfachen.

Zunächst soll eine Bedingungsgleichung für Ω abgeleitet werden.

Der Parameter p ist positiv, also auch der Zähler der Gleichung (18), folglich muss auch der Nenner positiv sein und zwar grösser als der Zähler, da $\cos i < 1$ sein muss. Hieraus folgt

$$(\beta - \gamma + \varepsilon^2 - \zeta^2)\cos 2\Omega + 2(\delta+\zeta\varepsilon)\sin 2\Omega < 0$$

Nach Gleichung (17) ist:

$$\beta + \varepsilon^2 - \gamma - \zeta^2 = \frac{2(\delta+\zeta\varepsilon)}{\operatorname{tg} 2\Omega}$$

folglich

$$\frac{2(\delta+\zeta\varepsilon)}{\sin 2\Omega} < 0$$

Es muss also $\sin 2\Omega$ das Vorzeichen von $-(\delta+\zeta\varepsilon)$ haben; infolgedessen ist die Vierdeutigkeit der Gleichung (17) auf eine Zweideutigkeit reducirt, die, wie man leicht erkennt, mit der Natur des Problems zusammenhängt.

Die abgeleiteten Formeln nehmen eine einfachere Gestalt an, wenn man einführt:

$$\mu = \gamma + \zeta^2$$
$$\nu = \beta + \varepsilon^2$$
$$\varrho = \delta + \zeta\varepsilon$$

Dann wird:

$$\operatorname{tg} 2\Omega = -\frac{2\varrho}{\mu - \nu}$$

Setzt man ferner:

$$\frac{1}{p^2} = A = (\beta + \varepsilon^2)\cos^2\Omega + (\gamma + \zeta^2)\sin^2\Omega + (\delta + \zeta\varepsilon)\sin 2\Omega,$$
$$B = (\beta + \varepsilon^2)\sin^2\Omega + (\gamma + \zeta^2)\cos^2\Omega - (\delta + \zeta\varepsilon)\sin 2\Omega,$$

so wird:

$$A + B = \mu + \nu;$$

$$\cos^2 i = \frac{A}{B}; \qquad \operatorname{tg}^2 i = \frac{B - A}{A} = \frac{\mu + \nu}{A} - 2;$$

$$\operatorname{tg}^2 i = (\mu + \nu)\, p^2 - 2;$$

Der Ausdruck für A lässt sich noch etwas umformen. Es ist:

$$A = \nu\cos^2\Omega + \mu\sin^2\Omega + \varrho\sin 2\Omega$$
$$= \frac{\nu}{2}(1 + \cos 2\Omega) + \frac{\mu}{2}(1 - \cos 2\Omega) + \varrho\sin 2\Omega$$
$$A = \frac{1}{p^2} = \frac{\mu + \nu}{2} - \frac{\mu - \nu}{2}\cos 2\Omega + \varrho\sin 2\Omega$$

Die Gleichungen (16), die zur Bestimmung von e und λ dienen, bedürfen keiner weiteren Vereinfachung. Da Ω auf 180^0 unbestimmt ist, so ergiebt sich auch λ auf 180^0 unbestimmt. Die Perihellänge dagegen $\pi = \lambda + \Omega$ ist eindeutig bestimmt.

Es sind nun noch die beiden Elemente zu berechnen, welche die Bewegung in der Ellipse bestimmen, nämlich die Perihelzeit τ und die jährliche mittlere Bewegung n.

Hat man p, λ, Ω, i gefunden, so berechnet man die mittlere Anomalie M für eine jede Beobachtung nach den Formeln:

$$\operatorname{tg}(v + \lambda) = \frac{\operatorname{tg}(p - \Omega)}{\cos i}$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}E = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}v$$

$$M = E - e\sin E$$

und erhält so für jede Beobachtung eine Gleichung von der Form

$$M_\varkappa = n(t_\varkappa - \tau)$$

welche, nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst, die wahrscheinlichsten Werthe von n und τ ergeben.

Ich will nun zum Schluss sämmtliche Formeln, die zur Berechnung der Elemente dienen, hier zusammenstellen. Es sind gegeben:

$$\text{die Zeiten: } t_1\, t_2 \ldots\ldots\ldots t_n$$
$$\text{die Positionswinkel: } p_1\, p_2 \ldots\ldots\ldots p_n$$
$$\text{die Distanzen: } \varrho_1\, \varrho_2 \ldots\ldots\ldots \varrho_n.$$

Hieraus berechnet man nach den Formeln:

$$x = \varrho \cos p \qquad y = \varrho \sin p$$

die Coordinaten

$$x_1\, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n$$
$$y_1\, y_2 \ldots\ldots\ldots y_n$$

bildet hiermit die Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
&\beta x_1^2 + \gamma y_1^2 + 2\delta x_1 y_1 + 2\varepsilon x_1 + 2\zeta y_1 - 1 = 0\\
&\beta x_2^2 + \gamma y_2^2 + 2\delta x_2 y_2 + 2\varepsilon x_2 + 2\zeta y_2 - 1 = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\beta x_n^2 + \gamma y_n^2 + 2\delta x_n y_n + 2\varepsilon x_n + 2\zeta y_n - 1 = 0
\end{aligned}$$

Diese löst man nach der Methode der kleinsten Quadrate auf, und findet so die Constanten $\beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \zeta$.

Sodann führt man ein:

$$\mu = \gamma + \zeta^2$$
$$\nu = \beta + \varepsilon^2$$
$$\varrho = \delta + \zeta\varepsilon$$

und findet dann:

$$\operatorname{tg} 2\Omega = -\frac{2\varrho}{\mu - \nu},$$

wo $\sin 2\Omega$ das Vorzeichen von -2ϱ haben muss;

$$\frac{1}{p^2} = \frac{\mu+\nu}{2} - \frac{\mu-\nu}{2}\cos 2\Omega + \varrho \sin 2\Omega$$
$$\operatorname{tg}^2 i = (\mu+\nu)\, p^2 - 2$$
$$\frac{1}{p}\, e \sin\lambda = (-\varepsilon \sin\Omega + \zeta\cos\Omega)\cos i$$
$$\frac{1}{p}\, e\cos\lambda = \varepsilon\cos\Omega + \zeta\sin\Omega$$

Sodann giebt eine jede Beobachtung eine Gleichung von der Form:

$$M_\varkappa = n(t_\varkappa - \tau)$$

aus welchen man τ und n berechnen kann.

Damit sind alle sieben elliptischen Elemente bestimmt.

§ 3.

Die im vorigen Paragraphen mitgetheilte Methode habe ich nun bei der Ableitung der ersten elliptischen Elemente benutzt.

Zunächst habe ich, um die Beobachtungen wenigstens von bedeutenderen systematischen Fehlern zu befreien, die durch die Jahresmittel der einzelnen Beobachter gegebenen Positionswinkel graphisch aufgetragen und eine Curve gezeichnet, die in ihrem Verlaufe den Gang der Positionswinkel ziemlich darstellte. Alsdann habe ich für jede Beobachtung die Abweichung von der Curve bestimmt und nachgesehen, ob eine grössere systematische Correction sich für gewisse Beobachter ableiten liesse. Es ergaben sich hierbei folgende Correctionen für die Positionswinkel:

Dembowski:	+ 3°.00	I. Periode (1855—56)
	+ 1°.22	II. Periode (1862—78)
Dawes:	— 1°.90	II. Periode (1839—47)
Mädler:	— 1°.30	II. Periode (1841—45)
Dunér:	— 1°.30	
Engelmann:	— 1°.00	
Schiaparelli:	+ 1.00	
Kaiser:	— 1°.00	
Mitchell:	+ 1°.50	

Für die Distanzen habe ich keine provisorischen Correctionen abgeleitet, da ich aus bekannten Gründen für die Verbesserung der Elemente, immer nur die Positionswinkel benutzt habe.

Die obigen provisorischen Correctionen für die Positionswinkel habe ich nun an die einzelnen Beobachtungen angebracht, und dieselben dann nach Maassgabe der folgenden Gewichtsbestimmung in Jahresmittel vereinigt.

Bezüglich der Festsetzung der Gewichte bin ich dem Verfahren gefolgt, das Herr Seeliger in seiner zweiten Abhandlung über ζ Cancri*) angewandt hat. Ich habe nämlich die Beobachter in zwei Gruppen getheilt, je nachdem sich für sie eine systematische Correction mit einiger Sicherheit bestimmen liess oder nicht. Die erste Gruppe enthielt so die Beobachter: W. Struve, Dawes, Dembowski, Mitchell, Engelmann, Dunér und Schiaparelli. Zur zweiten Gruppe zählten alle übrigen Beobachter. Es erhielt nun ein Jahresmittel, wenn es aus 1 oder 2 Abenden gebildet wurde, das Gewicht 2 oder 1, oder wenn es aus mehr als 2 Abenden gebildet wurde, das Gewicht 4 oder 2, je nachdem der Beobachter zur ersten oder zweiten Gruppe gehörte. Diese Gewichtsbestimmung hat vor der anderen, bei welcher man jedem Beobachtungsabend ein gewisses Gewicht zuertheilt, den Vorzug, dass eine Beobachtung, die aus vielen Beobachtungsabenden zusammengesetzt ist, eine andere desselben Jahres, die von einem anderen Beobachter herrührt, und aus wenigen Abenden zusammengesetzt ist, bei der Bildung der Jahresmittel nicht vollständig überwiegt und daher die letzteren weniger von den systematischen Fehlern eines einzelnen Beobachters beeinflusst sind.

Nach Vereinigung sämmtlicher Beobachtungen eines Jahres zu einem Mittel ergaben sich die in folgender Tabelle unter p und ϱ angeführten Zahlen. Ich habe hierbei noch zu bemerken, dass ich die für die Positionswinkel geltenden Epochen auch für die Distanzen angenommen habe, obgleich dies nicht immer streng der Fall ist. Die hierdurch entstandene Ungenauigkeit dürfte wohl kaum, zumal bei den ersten Rechnungen, von Belang sein.

	p	g	ϱ	g	II	III	
1782.36	187°.97	1	—	—	—	— 11°.65	—
1825.47	355.28	4	1″.147	2	— 2°.94	— 0.86	— 0″.066
28.48	1.00	1	—	—	— 0.67	+ 0.59	—
30.25	1.43	2	(1.463)	2	— 2.18	— 1.30	+ 0.151
31.43	5.48	3	1.270	2	+ 0.61	+ 1.26	— 0.055
32.52	4.80	2	1.240	1	— 1.24	— 0.80	— 0.093
33.38	5.60	4	(1.170)	2	— 1.35	— 1.07	— 0.166

*) H. Seeliger, Fortgesetzte Untersuchungen über das mehrfache Sternsystem ζ Cancri. Abhandlungen der k. bayer. Ak. d. W. II. Cl. XVII. Bd. I. Abth. München 1888.

	p	g	ϱ	g	II	III	
1834.48	8°.81	9	1″.203	4	+ 0°.68	+ 0°.78	— 0″.133
35.43	10.80	4	(1.580)	1	+ 1.64	+ 1.59	+ 0.247
36.49	10.26	4	—	—	— 0.07	— 0.29	—
37.33	11.40	1	—	—	+ 0.13	— 0.21	—
39.61	14.84	2	1.278	1	+ 0.91	+ 0.22	+ 0.003
40.56	16.83	5	1.114	3	+ 1.72	+ 0.89	— 0.138
41.56	17.21	8	1.220	5	+ 0.83	— 0.14	— 0.005
42.47	19.72	5	1.050	1	+ 2.07	+ 0.97	— 0.145
43.47	21.63	6	1.154	4	+ 2.53	+ 1.28	— 0.006
44.40	22.45	2	(1.820)	2	+ 1.92	+ 0.52	+ 0.696
46.32	24.76	6	0.977	3	+ 0.91	— 0.79	— 0.063
47.58	27.50	2	(1.710)	1	+ 1.12	— 0.80	+ 0.732
48.54	29.93	6	1.076	3	+ 1.38	— 0.71	+ 0.147
53.53	46.28	2	—	—	+ 0.17	— 2.65	—
55.44	51.88	6	0.463	2	— 6.35	— 9.00	— 0.086
56.45	64.54	10	0.489	5	— 2.25	— 4.47	— 0.015
57.68	81.43	1	0.500	1	+ 1.82	+ 0.72	+ 0.037
58.13	79.42	1	0.400	1	— 5.49	— 6.05	— 0.052
62.56	139.15	4	—	—	+ 1.95	+ 6.11	—
63.44	143.27	4	—	—	— 1.17	+ 3.08	—
64.48	150.70	6	(0.210)	2	— 0.81	+ 3.31	— 0.384
65.47	153.60	6	(0.350)	2	— 3.41	+ 0.50	— 0.297
66.49	158.49	5	(0.533)	2	— 3.21	+ 0.43	— 0.170
67.45	161.92	4	0.827	2	— 3.51	— 0.15	+ 0.069
68.44	166.32	5	0.930	3	— 2.40	+ 0.72	+ 0.117
69.51	170.32	8	0.856	4	— 1.46	+ 1.38	— 0.015
70.38	170.88	7	0.885	3	— 3.11	— 0.48	— 0.033
71.50	173.92	9	0.979	5	— 2.60	— 0.21	+ 0.006
72.47	175.90	10	1.037	6	— 2.60	— 0.40	+ 0.019
73.49	178.16	6	1.132	4	— 2.23	— 0.22	+ 0.070
74.46	180.54	5	1.097	3	— 1.52	+ 0.32	— 0.004
75.50	181.66	13	1.199	7	— 2.07	— 0.40	+ 0.061
76.51	184.25	14	1.137	8	— 1.01	— 0.22	— 0.031
77.47	184.39	15	1.227	11	— 2.21	— 0.82	+ 0.033
78.50	187.28	8	1.266	4	— 0.79	+ 0.45	+ 0.048
79.54	188.84	17	1.246	14	— 0.62	+ 0.48	+ 0.009
80.56	188.99	9	1.178	7	— 1.80	— 0.82	— 0.073
82.50	192.92	9	1.271	7	— 0.33	+ 0.40	+ 0.006
83.50	193.58	14	1.249	9	— 0.93	— 0.32	— 0.017

	p	g	ϱ	g	II	III	
1884.51	195°.31	11	1″.342	7	— 0°.47	0	+ 0″.079
85.55	197.18	8	1.364	4	+ 0.09	+ 0°.43	+ 0.108
86.59	198.02	8	1.130	4	— 0.40	— 0.21	— 0.114
87.54	200.63	4	1.161	2	+ 0.97	+ 1.03	— 0.069

In den drei letzten Spalten dieser Tabelle sind Zahlen angegeben, deren Erklärung später gegeben wird.

Der Berechnung der ersten elliptischen Elemente habe ich folgende Normalörter zu Grunde gelegt, die ich aus Jahresmitteln gebildet habe, die von den obigen infolge einer anfangs angewandten andern Gewichtsbestimmung etwas verschieden waren.

	p	ϱ
1832.92	5°.92	1″.311
42.01	18.53	1.268
47.48	27.32	1.271
56.93	69.33	0.451
64.98	152.40	0.280
66.97	159.98	0.680
69.44	169.20	0.881
72.98	176.89	1.085
76.48	183.56	1.192
79.53	188.49	1.255
83.49	193.77	1.320
86.10	197.54	1.228

Aus diesen Normalörtern ergaben sich für die Constanten $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ folgende Bedingungsgleichungen, wenn statt der Coefficienten deren Logarithmen angesetzt werden:

$0.2306 \cdot \beta +$	$8.2621 \cdot \gamma +$	$9.2463 \cdot 2\delta +$	$0.1153 \cdot 2\varepsilon +$	$9.1310 \cdot 2\zeta =$	1
0.1600	9.2106	9.6853	0.0800	9.6053	1
0.1056	9.5318	9.8187	0.0528	9.7659	1
8.4039	9.2506	8.8272	9.2019	9.6253	1
8.7894	8.2260	8.5077_n	9.3947_n	9.1130	1
9.6109	8.7340	9.1724_n	9.8054_n	9.3670	1
9.8744	8.4354	9.1549_n	9.9372_n	9.2177	1
0.0696	7.5397	8.8046_n	0.0348_n	8.7698	1
0.1529	7.7387	8.9458	0.0764_n	8.8693_n	1
0.1877	8.5357	9.3617	0.0939_n	9.2678_n	1
0.2158	8.9944	9.6051	0.1079_n	9.4972_n	1
0.1370	9.1366	9.6368	0.0685_n	9.5683_n	1

Hieraus folgen die Normalgleichungen:

$$+17.69\cdot\beta + 1.16\cdot\gamma + 3.33\cdot 2\delta - 4.12\cdot 2\varepsilon + 0.45\cdot 2\zeta = +12.82$$

+ 1.16	+ 0.21	+ 0.41	+ 0.23	+ 0.27	= + 1.07
+ 3.33	+ 0.41	+ 1.16	+ 0.45	+ 0.23	= + 2.15
− 4.12	+ 0.23	+ 0.45	+ 12.82	+ 2.15	= − 3.95
+ 0.45	+ 0.27	+ 0.23	+ 2.15	+ 1.07	= + 1.19

Durch Auflösung dieser Normalgleichungen ergab sich:

$$\begin{aligned}\beta &= +0.704\\ \gamma &= +3.386\\ \delta &= -0.709\\ \varepsilon &= -0.103\\ \zeta &= +0.335\end{aligned}$$

Mit diesen Grössen wurden nun nach den Formeln auf Seite 10 die Elemente berechnet und wie folgt gefunden:

$$\left.\begin{aligned}\tau &= 1860.48\\ \lambda &= 97^{\circ}94\\ \Omega &= 14^{\circ}07\\ i &= 67^{\circ}74\\ \varphi &= 10^{\circ}61\\ n &= 3^{\circ}55\\ a &= 1''424\end{aligned}\right\} \quad \text{(I)}$$

Hiermit wurden die Jahresmittel auf Seite 12 verglichen, und die Elemente nach Maassgabe der gefundenen Abweichungen der beobachteten von den berechneten Coordinaten verbessert. Ich erhielt so folgende neue Bestimmungsstücke der elliptischen Bahn:

$$\left.\begin{aligned}\tau &= 1862.071\\ \lambda &= 102^{\circ}770\\ \Omega &= 10^{\circ}229\\ i &= 69^{\circ}055\\ \varphi &= 10^{\circ}400\\ n &= 3^{\circ}1979\end{aligned}\right\} \quad \text{(II)}$$

Die Vergleichung der Jahresmittel mit diesen Elementen ist, für die Positionswinkel, in obiger Zusammenstellung (pag. 12) in der mit (II) bezeichneten Columne angeführt. Wie man sieht, stellen die Elemente (II)

die Beobachtungen schon ziemlich gut dar. Die Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung sind nicht viel grösser, als die bei einem so engen Sternsysteme zu befürchtenden Beobachtungsfehler sein werden. Allein die Vertheilung der Vorzeichen lässt noch viel zu wünschen übrig. Es sind nämlich 18 positive und 31 negative Abweichungen bei 13 Zeichenwechsel vorhanden. Es lässt sich daher vermuthen, dass man durch eine erneute Verbesserung der Elemente eine bessere Uebereinstimmung mit den Beobachtungen wird erzielen können.

Ich habe daher die vorhandenen Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung in 10 Mittel vereinigt und dieselben nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, und zwar so, dass $\Sigma(\varrho\, dp)^2$ zu einem Minimum wird, indem ich annahm, dass die Grösse des Beobachtungsfehler des Positionswinkel ungefähr umgekehrt proportional der jeweiligen Distanz ist.

Es ergaben sich so für die an die Elemente (II) anzubringenden Verbesserungen folgende Bedingungsgleichungen:

$9.3261\, d\lambda$	$+ 9.2844_n\,(-di)$	$+ 9.7581\,(-d\tau)$	$+ 9.7558_n\,(10\, d_n)$	$+ 9.5258_n\, d\varphi$	$+ 9.7160\, d\Omega$	$= 9.8713_n$
9.3178	7.9916	9.8118	9.7117$_n$	9.6088$_n$	9.7645	9.6218
9.4212	9.4369	9.9835	9.7615$_n$	9.7263$_n$	9.7867	0.0222
9.4060	9.5221	0.0126	9.6244$_n$	9.6612$_n$	9.6021	9.6107
9.5687	9.6553$_n$	0.2298	9.4574	9.4815	9.6267	0.0499$_n$
9.4692	9.5675$_n$	0.1077	9.5980	9.6178	9.7525	0.1741$_n$
9.4776	9.4024$_n$	0.0851	9.7236	9.7310	9.8774	0.1180$_n$
9.4012	8.7662$_n$	9.9745	9.7117	9.6998	9.8449	9.7844$_n$
9.4471	9.1394	9.9782	9.8043	9.7563	9.8797	9.6721$_n$
9.3738	9.3297	9.8754	9.7595	9.6705	9.7645	8.6096

Hieraus ergeben sich dann die Normalgleichungen:

$+0.74\cdot d\lambda$	$-0.16\,(-di)$	$+\ 2.83\,(-d\tau)$	$+0.34\,(10\, d_n)$	$+0.38\cdot d\varphi$	$+1.57\cdot d\Omega$	$= -1.21$
-0.16	$+0.70$	$-\ 0.81$	-0.42	-0.51	-0.20	$= +1.94$
$+2.83$	-0.81	$+11.10$	$+1.51$	$+1.63$	$+5.85$	$= -5.13$
$+0.34$	-0.42	$+\ 1.51$	$+2.62$	$+2.33$	$+0.81$	$= -2.77$
$+0.38$	-0.51	$+\ 1.63$	$+2.33$	$+2.12$	$+0.90$	$= -2.89$
$+1.57$	-0.20	$+\ 5.85$	$+0.81$	$+0.90$	$+3.61$	$= -2.40$

Durch Auflösung dieser Gleichungen wurden folgende Werthe für die Verbesserungen der Elemente gefunden:

$$
\begin{aligned}
d\tau &= +\ 0.253 \\
d\lambda &= -\ 0.^{0}142 \\
d\Omega &= +\ 0.^{0}221 \\
di &= -\ 1.^{0}411 \\
d\varphi &= -\ 3.^{0}354 \\
dn &= +\ 0.^{0}2243
\end{aligned}
$$

Diese Correctionen, an die Elemente (II) angebracht, ergaben die neuen Elemente:

$$
\left.
\begin{aligned}
\tau &= 1862.324 \\
\Omega &= 10.^{0}450 \\
\lambda &= 102.^{0}628 \\
i &= 67.^{0}644 \\
\varphi &= 7.^{0}046 \\
n &= 3.^{0}4222
\end{aligned}
\right\} \quad \text{(III)}
$$

Mit diesen Elementen wurden ebenfalls die Jahresmittel auf Seite 12 verglichen.

Aus den daselbst unter (III) angegebenen Abweichungen der beobachteten Positionswinkel von den berechneten zeigt sich, dass die Elemente (III) die Beobachtungen erheblich besser darstellen als die früheren Elemente, und zwar so gut, als man wohl überhaupt von einer Doppelsternbahnberechnung erwarten darf. Die Abweichungen sind fast durchweg sehr klein; die bedeutenderen Abweichungen in der Zeit von 1850—60 dürften wohl kaum befremden, wenn man bedenkt, dass die meisten der Beobachter die beiden Sterne nicht getrennt gesehen haben, sondern nur ein längliches Lichtgebilde. Auch die Vertheilung der Fehler lässt nichts zu wünschen übrig; es sind 25 negative, 23 positive Fehler und 1 Null vorhanden bei 25 Zeichenwechsel.

Diese gute Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung ist sogar ziemlich auffallend, da sie darauf hinzudeuten scheint, dass die Einwirkung des dritten Sterns auf die Bewegung der innern Sterne sehr gering ist. Ich werde später noch hierauf zurückkommen.

Ich habe nun aus sämmtlichen Distanzen unter Zugrundelegung der Elemente (III) die halbe grosse Axe berechnet und gefunden:

$$a = 1.''305 \pm 0.''021$$

Mit diesem Werthe wurden nun sämmtliche Distanzen berechnet, und es zeigte sich dabei, dass einige derselben erheblich durch Beob-

achtungsfehler entstellt waren. Diese, sie sind in der Tabelle (pag. 12) eingeklammert, wurden ausgeschlossen und a aus den übrigen noch einmal berechnet und gefunden

$$a = 1.''3093 \pm 0.''0129$$

Mit diesem verbesserten Werthe wurden nun die Distanzen noch einmal verglichen. Die hierbei gefundenen Abweichungen sind in der Tabelle (pag. 12) unter (III) angegeben. Es zeigt sich auch bei den Distanzen eine verhältnissmässig gute Uebereinstimmung, zumal da die dort angeführten Distanzen mit keinerlei Correctionen versehen sind. Was die Vertheilung der Zeichen anbelangt, so sind 19 positive und 24 negative Fehler vorhanden bei 22 Zeichenwechsel, also eine gute Vertheilung.

Ich führe hier noch eine nach den Elementen (III) berechnete Ephemeride an:

	p	ϱ		p	ϱ
1825.5	356°.20	1.″213	1849.5	33°.28	0.″877
26.5	357.67	1.240	50.5	36.34	0.821
27.5	359.08	1.264	51.5	39.88	0.764
28.5	0.44	1.284	52.5	43.97	0.706
29.5	1.76	1.301	53.5	48.80	0.650
30.5	3.05	1.315	54.5	54.51	0.596
31.5	4.32	1.326	55.5	61.33	0.546
32.5	5.58	1.333	56.5	69.42	0.502
33.5	6.83	1.336	57.5	78.91	0.468
34.5	8.07	1.336	58.5	89.52	0.446
35.5	9.31	1.332	59.5	100.95	0.438
36.5	10.56	1.324	60.5	112.37	0.446
37.5	11.83	1.312	61.5	122.99	0.467
38.5	13.13	1.297	62.5	132.53	0.502
39.5	14.47	1.278	63.5	140.65	0.545
40.5	15.85	1.254	64.5	147.51	0.595
41.5	17.29	1.226	65.5	153.24	0.648
42.5	18.80	1.194	66.5	158.11	0.704
43.5	20.40	1.159	67.5	162.24	0.760
44.5	22.10	1.120	68.5	165.81	0.816
45.5	23.95	1.077	69.5	168.93	0.871
46.5	25.94	1.031	70.5	171.67	0.923
47.5	28.13	0.983	71.5	174.13	0.973
48.5	30.54	0.931	72.5	176.36	1.020

	p	ϱ		p	ϱ
1873.5	178°.41	1″.063	1881.5	191°.13	1″.260
74.5	180.30	1.102	82.5	192.52	1.265
75.5	182.06	1.138	83.5	193.89	1.266
76.5	183.72	1.169	84.5	195.27	1.263
77.5	185.31	1.196	85.5	196.67	1.256
78.5	186.83	1.218	86.5	198.10	1.245
79.5	188.29	1.237	87.5	199.57	1.230
80.5	189.72	1.251			

§ 4.

Die Beobachtungen des Sterns B.

Es erübrigt nun noch zuzusehen, ob sich jetzt, nachdem durch die Elemente (III) eine bessere Darstellung der Beobachtungen gegeben ist, als durch die früher mit der freien Hand gezeichnete Curve, bessere Correctionen für die systematischen Fehler mit einiger Sicherheit ableiten lassen. Ich habe zu diesem Zwecke die einzelnen Beobachtungen mit den nach den Elementen (III) berechneten Positionswinkel und Distanzen verglichen. In der folgenden Zusammenstellung ist unter „Abd.“ die Anzahl der Abende angegeben, aus denen sich das betreffende Jahresmittel zusammensetzt; p und ϱ geben die durch die Beobachtung direct gefundenen Positionswinkel und Distanzen ohne irgend welche Correction, wenn nicht ausdrücklich etwas anderes angegeben sein sollte; unter „Correction“ ist der Betrag Rechnung—Beobachtung angeführt. Schliesslich sind die mit Hülfe der abgeleiteten Correctionen corrigirten Positionswinkel und Distanzen mitgetheilt; g giebt die festgesetzten Gewichte an.

Bezüglich der Eintheilung der Beobachter in die für die Gewichtsbestimmung eingeführten beiden Gruppen habe ich festgesetzt, dass alle diejenigen Beobachter zur ersten Gruppe zählen, bei denen die mittlere Abweichung der Gewichtseinheit im Positionswinkel $< 3°.00$, in der Distanz $< 0″.200$ war, die übrigen Beobachter zur zweiten Gruppe.

Sodann erwähne ich noch, dass immer mittlere Fehler, niemals wahrscheinliche angegeben sind.

1. W. Struve.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1825.47	3	355°.28	1″.147	+ 0°.86	+ 0″.066	356°.30	4	1″.240	4
31.48	1	3.50	1.210	+ 0.79	+ 0.116	4.52	2	1.303	2
32.52	1	4.80	1.240	+ 0.80	+ 0.093	5.82	2	1.333	2
33.37	1	5.00	1.190	+ 1.67	+ 0.146	6.02	2	1.283	2
34.45	1	6.70	1.240	+ 1.31	+ 0.096	7.72	2	1.333	2

An die Beobachtung vom Jahre 1825 wurde nach den Vorschriften von O. Struve (Observations de Poulcowa Vol. IX p. 121) im Positionswinkel die Correction — 0°.69 angebracht, um sie mit den Beobachtungen der späteren Periode vergleichen zu können.

Es ergiebt sich folgende Correction:

für die Positionswinkel: + 1°.02 ± 0°.16; mittlerer Fehler der Gewichtseinheit: ± 0°.41; I. Gewichtsgruppe.

für die Distanzen: + 0″.093 ± 0″.015; m. F. d. G. ± 0″.039; I. Gewichtsgruppe.

2. Dawes.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1833.39	1	6°.20	1″.150	+ 0°.49	+ 0″.186	7°.09	2	1″.239	2
34.50	4	7.12	1.166	+ 0.95	+ 0.170	8.01	4	1.255	4
36.49	1	9.53	—	+ 1.02	—	10.42	2	—	—
39.61	2	16.74	1.278	— 2.12	— 0.003	14.29	2	1.367	2
40.56	3	18.64	1.191	— 2.71	+ 0.061	16.19	4	1.280	4
41.58	3.2	18.98	1.198	— 1.57	+ 0.026	16.53	4	1.287	2
42.46	2	21.59	—	— 2.85	—	19.14	2	—	—
43.40	2	23.55	1.089	— 3.31	+ 0.074	21.10	2	1.178	2
48.54	3	30.55	(1.194)	+ 0.09	(— 0.265)	30.55	2	—	—
53.53	1	46.28	—	+ 2.65	—	46.28	1	—	—

Nach O. Struve sind 3 Perioden zu unterscheiden, die, wie man sieht, hier sehr deutlich hervortreten.

Es ergaben sich für dieselben folgende Correctionen:

I. Periode (1833—37):

Positionswinkel: + 0°.89 ± 0°.13. Mittl. F. d. G.: ± 0°.31; I. Gewichtsgruppe.

II. Periode (1839—47):

Positionswinkel: — 2°.45 ± 0°.31. Mittl. F. d. G.: ± 1°.07; I. Gewichtsgruppe.

III. Periode (von 1848 an): Hierfür genügten nicht die vorhandenen Jahresmittel, um eine Correction abzuleiten. II. Gewichtsgruppe.

Für die Distanzen habe ich, da nur so wenig Messungen vorhanden waren, keine Trennung in Perioden vorgenommen, sondern aus allen auftretenden Abweichungen eine Correction berechnet. Die Beobachtung vom Jahre 1848 wurde des vorhandenen grossen Fehlers wegen ausgeschlossen. Es ergab sich so folgende Correction für die Distanzen:

$+ 0''.089 \pm 0''.030$; M. F. d. G. $\pm 0''.113$; I. Gewichtsgruppe.

3. Mädler.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1834.51	3	(14°.56)	—	(— 6°.48)	—	—	—	—	—
35.48	4	11.01	—	— 1.72	—	11°.01	2	—	—
36.50	3	10.99	—	— 0.43	—	10.99	2	—	—
41.48	4.3	16.73	1''.280	+ 0.53	— 0''.053	14.88	2	1''.280	2
42.42	4.2	20.41	1.050	— 1.73	+ 0.147	18.56	2	1.050	1
43.40	6.4	23.77	1.163	— 3.53	0.000	21.92	2	1.163	2
44.40	3	23.75	(1.820)	— 1.82	(— 0.696)	21.90	2	—	—

Die eingeklammerten Beobachtungen wurden, da sie mit bedeutenden Messungsfehlern behaftet waren, ausgeschlossen.

Für die erste Periode (1834—36) liess sich wegen des geringen Materials keine Correction ableiten, ebenso bei der zweiten Periode (1841—44) für die Distanzen. Für die Positionswinkel der II. Periode ergab sich:

Correction: $-1°.85 \pm 0°.88$. M. F. d. G.: $\pm 3°.64$; II. Gewichtsgruppe.

4. Dembowski.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1855.36	4	48°.25	—	+ 12°.34	—	—	—	—	—
56.41	4	58.10	—	+ 10.73	—	—	—	—	—
62.56	3	137.93	—	— 4.89	—	134°.99	2	—	—
63.44	9	142.05	—	— 1.86	—	139.11	2	—	—
64.51	10	150.91	—	— 3.33	—	147.97	2	—	—
65.44	10	151.40	—	+ 1.44	—	152.76	4	—	—
66.46	8.3	156.64	0''.533	+ 1.24	+ 0''.169	158.00	4	0''.512	4

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1867.45	7.4	160°70	0″827	+ 1°37	— 0″069	162°06	4	0″806	4
68.40	7.4	165.06	0.897	+ 0.36	— 0.087	166.42	4	0.876	4
69.52	5	168.18	0.880	+ 0.81	— 0.008	169.54	4	0.859	4
70.39	7.5	169.77	0.888	+ 1.57	+ 0.030	171.13	4	0.867	4
71.41	7.5	173.06	1.064	+ 0.83	— 0.101	174.42	4	1.043	4
72.46	8.5	173.85	1.116	+ 2.42	— 0.098	175.21	4	1.095	4
73.43	5.3	176.80	1.193	+ 1.46	— 0.133	178.16	4	1.172	4
74.49	5	178.68	1.050	+ 1.60	+ 0.052	180.04	4	1.029	4
75.44	5	180.54	1.102	+ 1.40	+ 0.034	181.90	4	1.081	4
76.45	6	181.83	1.208	+ 1.81	— 0.041	183.19	4	1.187	4
77.43	5	183.34	1.198	+ 1.86	— 0.004	184.70	4	1.177	4
78.46	5.4	186.20	1.220	+ 0.57	— 0.003	187.56	4	1.199	4

Bei den Beobachtungen von Dembowski sind im allgemeinen zwei Perioden zu unterscheiden. In dem hier vorliegenden Fall schien es jedoch gerathen zu sein, die zweite Periode noch einmal zu spalten, in eine Periode von 1862—64, in welcher Dembowski die beiden Sterne nicht getrennt gesehen hat, und in eine andere von 1865 ab, in welcher er Distanzen gemessen hat.

In der ersten Periode (1855—56) sind nur zwei Beobachtungen vorhanden und dieselben erfordern zwei sehr grosse Correctionen. Welcher Natur diese Fehler sind, lässt sich nicht unterscheiden. Da dieselben fast gleich gross sind und dasselbe Vorzeichen haben, lässt sich vermuthen, dass dieselben systematischen Characters sind. Die Grösse derselben lässt sich auch erklären, wenn man bedenkt, dass Dembowski die Sterne nicht getrennt gesehen hat und mit dem damals von ihm benutzten Fernrohr überhaupt Positionswinkel nicht direct messen konnte, sondern dieselben aus Distanzmessungen ableitete. Ich habe deshalb die Beobachtungen der ersten Periode bei den ferneren Betrachtungen ausgeschlossen.

Für die zweite Periode (1862—64) ergab sich folgende Correction für die Positionswinkel: $-2°94 \pm 0°73$. M. F. d. G. $\pm 3°42$; II. Gewichtsgruppe.

Für die dritte Periode (1865—78) folgte für

a) Positionswinkel: $+1°36 \pm 0°15$. M. F. d. G. $\pm 1°41$; I. Gewichtsgruppe.
b) Distanzen: $-0″021 \pm 0″020$. M. F. d. G. $\pm 0″154$; I. Gewichtsgruppe.

5. Secchi.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1855.53	3	(53°13)	0″463	+ (8°46)	+ 0″081	—	—	0″695	2
56.49	10.8	70.29	0.358	— 0.95	+ 0.144	68°82	4	0.590	2
64.45	4	147.85	0.210	— 0.74	+ 0.385	146.38	4	0.442	2
65.51	7	155.55	0.350	— 2.26	+ 0.299	154.08	4	0.582	2
66.52	2.1	161.00	0.400	— 2.81	+ 0.305	159.53	2	0.632	1

Die Beobachtung des Positionswinkels vom Jahre 1855 wurde wegen des bedeutenden Messungsfehlers ausgeschlossen. Es ergaben sich dann folgende Correctionen:

a) für Positionswinkel: $-1°47 \pm 0°43$. M. F. d. G. $\pm 2°07$; I. Gewichtsgruppe.
b) für Distanzen: $+0″232 \pm 0″051$. M. F. d. G. $\pm 0″246$; II. Gewichtsgruppe.

6. Dunér.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1869.51	6	172°53	0″832	— 3°59	+ 0″039	171°09	2	0″858	4
70.54	2	173.30	0.880	— 1.52	+ 0.045	171.86	1	0.906	2
71.60	5	174.84	0.884	— 0.47	+ 0.094	173.40	2	0.910	4
72.53	3	177.43	0.960	— 1.00	+ 0.061	175.99	2	0.986	4
75.56	4	181.90	1.252	+ 0.27	— 0.112	180.46	2	1.278	4

Die corrigirten Werthe sind berechnet mit folgenden Correctionen:

a) für Positionswinkel: $-1°44 \pm 0°75$. M. F. d. G. $\pm 3°34$; II. Gewichtsgruppe.
b) für Distanzen: $+0″026 \pm 0″036$. M. F. d. G. $\pm 0″062$; I. Gewichtsgruppe.

7. Engelmann.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1865.55	7	166°90	0″488	— 13°40	+ 0″160	—	—	—	—
82.43	1	196.70	1.440	— 4.28	— 0.175	195°59	2	—	—
83.49	3	195.47	1.203	— 1.59	+ 0.063	194.36	4	—	—
84.44	3	195.60	1.463	— 0.40	— 0.200	194.49	4	—	—
85.57	5	198.12	1.383	+ 1.35	— 0.128	197.01	4	—	—
86.63	7	198.87	1.073	— 0.58	+ 0.170	197.76	4	—	—

Die Beobachtung vom Jahre 1865 wurde ausgeschlossen, da sie eine sehr bedeutende Correction erforderte. Engelmann selbst giebt bei den einzelnen Beobachtungsabenden an, dass die Beobachtungen bei ungünstigen

Witterungsverhältnissen angestellt wurden. Die Distanzen zeigen ein so unregelmässiges Verhalten, dass sich keine Correction für dieselben ableiten lässt. Ich habe deshalb dieselben, da dieselben ziemlich bedeutende Abweichungen zeigen, ganz ausgeschlossen. Für die Positionswinkel wurde folgende Correction gefunden:

$-1^{\circ}11 \pm 0^{\circ}27$. M. F. d. G. $\pm 1^{\circ}17$; I. Gewichtsgruppe.

8. Schiaparelli.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1875.51	5	182°04	1″178	+ 0°04	— 0″040	182°66	4	1″162	4
76.52	4	183.59	1.178	+ 0.16	— 0.008	184.21	4	1.162	4
77.55	9	184.02	1.246	+ 1.37	— 0.049	184.64	4	1.230	4
78.54	6	186.14	1.311	+ 0.75	— 0.092	186.76	4	1.295	4
79.56	7	186.83	1.293	+ 1.55	— 0.055	187.45	4	1.277	4
80.54	6	188.99	1.238	+ 0.79	+ 0.013	189.61	4	1.222	4
82.54	5	191.78	1.308	+ 0.79	— 0.043	192.40	4	1.292	4
83.55	12	193.50	1.241	+ 0.46	+ 0.025	194.12	4	1.225	4
84.54	9	195.05	1.256	+ 0.28	+ 0.007	195.67	4	1.240	4
85.53	8	196.23	1.344	+ 0.48	— 0.088	196.85	4	1.328	4
86.55	3	197.16	1.186	+ 1.01	+ 0.058	197.78	4	1.170	4
87.54	9	199.63	1.161	— 0.03	+ 0.069	200.25	4	1.145	4

Hieraus ergaben sich folgende Correctionen:

a) für die Positionswinkel: $+0^{\circ}62 \pm 0^{\circ}15$. M. F. d. G. $\pm 1^{\circ}34$; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: $-0''016 \pm 0''015$. M. F. d. G. $\pm 0''140$; I. Gewichtsgruppe.

9. Mitchell.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1846.47	9.8	24°06	0″966	+ 1°82	+ 0″066	26°09	4	0″966	2
47.58	1	26.00	(1.710)	+ 2.30	(— 0.731)	28.03	2	—	—
48.54	1	27.20	0.840	+ 3.44	+ 0.089	29.23	2	0.840	1

Die Distanz vom Jahre 1847 wurde ausgeschlossen, die beiden anderen unverändert beibehalten. II. Gewichtsgruppe.

Für die Positionswinkel wurde folgende Correction gefunden:

$+2^{\circ}03 \pm 0^{\circ}35$. M. F. d. G. $\pm 1^{\circ}10$; I. Gewichtsgruppe.

10. Hall.

	Abd.	p	ϱ	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1876.52	3	183°87	1″140	— 0°12	+ 0″030	183°38	4	1″224	2
79.54	3	189.83	1.070	— 1.48	+ 0.168	189.34	4	1.154	2
82.45	3	192.60	1.070	— 0.15	+ 0.195	192.11	4	1.154	2
83.47	2	193.90	(1.380)	— 0.05	(— 0.114)	193.41	2	—	—

a) Positionswinkel: Correction: $-0°49 \pm 0°35$. M. F. d. G. $\pm 1°17$; I. Gewichtsgruppe.

b) Distanzen: $+0″084 \pm 0″066$. M. F. d. G. $\pm 0″219$; II. Gewichtsgruppe.

Ausser den bis jetzt mitgetheilten Beobachtungen habe ich noch folgende Beobachtungen benutzt, welche sich nicht zur Ermittelung einer Correction eigneten.

		Abd.	p	ϱ	Correction	
1782.36	W. Herschel	1	187°97	—	— 11°65	—
1828.48	J. Herschel	1	1.00	-	— 0.59	—
30.25	"	4.3	1.43	1″463	+ 1.30	— 0″151
31.38	"	2.1	(9.43)	1.320	(— 5.26)	+ 0.005
34.45	"	2.1	8.32	1.240	— 0.31	+ 0.096
35.39	"	5.1	10.60	(1.580)	— 1.43	(— 0.248)
37.33	"	1	11.40	—	+ 0.21	—
40.57	O. Struve	1	17.20	(0.960)	— 1.25	(+ 0.292)
41.57	"	1	20.80	(0.840)	— 3.41	(+ 0.384)
41.61	Kaiser	2.1	17.70	1.300	— 0.24	— 0.077
42.53	"	1	21.00	—	— 2.15	—
43.62	"	11.1	20.76	1.200	— 0.16	— 0.046
46.17	Jacob	3.1	23.17	1.000	+ 2.15	+ 0.046
56.20	"	3	65.53	0.630	+ 1.75	— 0.115
56.58	O. Struve	1	69.80	0.470	+ 0.17	+ 0.029
56.55	Winnecke	2	(59.60)	—	(+ 10.24)	—
57.68	Jacob	1	81.43	0.500	— 0.72	— 0.037
58.13	"	1	(79.42)	0.400	(+ 6.05)	+ 0.052
58.22	"	1	(116.80)	0.300	(— 30.36)	+ 0.152
68.48	Knott	1	166.50	(0.997)	— 0.76	(— 0.182)
70.21	Gledhill	1	168.20	—	+ 2.63	—
71.49	"	1	174.00	1.000	+ 0.10	— 0.028
72.45	Wilson & Seabroke	1	177.30	0.950	— 1.06	+ 0.068
72.46	Knott	1	176.92	1.121	0.05	— 0.103
73.36	Wilson & Seabroke	1	180.40	1.040	— 2.29	+ 0.017

		Abd.	p	ϱ	Correction	
1873.68	Gledhill	1	176°50	1″100	+ 2°27	— 0″029
74.44	Wilson & S.	1	183.10	1.190	— 3.07	— 0.090
75.51	„	1	180.00	(1.330)	+ 2.08	(— 0.192)
76.61	Doberck	3	186.49	—	— 2.59	—
76.54	Plummer	1	182.55	1.000	+ 1.24	+ 0.170
76.44	Howe	1	185.60	1.040	— 1.99	+ 0.127
77.43	Upton	1	184.10	(1.610)	+ 1.09	(— 0.416)
77.46	Wilson & S.	1	184.90	1.270	+ 0.34	— 0.075
77.47	Howe	4.1	187.00	1.120	— 1.74	+ 0.075
77.55	Jedrzejewicz	3	182.51	1.266	+ 2.88	— 0.069
77.43	Doberck	2.1	(179.46)	(0.960)	(+ 5.74)	(+ 0.234)
79.41	Howe	5	189.20	1.220	— 1.05	+ 0.015
79.42	Stone	3	186.70	(1.440)	+ 1.47	(— 0.205)
79.47	Egbert	3	187.60	(1.450)	+ 0.64	(— 0.214)
79.60	Burnham	3	188.82	1.162	— 0.39	+ 0.076
79.58	C. W. Pritchett	2	185.65	(1.470)	+ 2.76	(— 0.232)
79.67	Seabroke & Smith	3.1	(194.53)	(0.700)	(— 5.99)	(+ 0.540)
80.36	Egbert	2	188.80	1.120	+ 0.71	+ 0.129
80.52	Frisby	1	185.70	1.130	+ 4.05	+ 0.121
80.51	C. W. Pritchett	1	187.31	1.320	+ 2.42	— 0.069
80.87	Henry Pritchett	3	189.58	1.100	+ 0.67	+ 0.155
82.59	Frisby	3	192.13	1.350	+ 0.51	— 0.085
83.49	Küstner	1	195.30	—	— 1.42	—
83.45	Frisby	4	190.98	1.327	+ 2.84	— 0.061
83.52	Perrotin	3	191.50	1.160	+ 2.42	+ 0.106
84.53	„	3	195.10	1.273	+ 1.61	— 0.017
84.54	Henry Pritchett	1	195.56	1.410	— 0.23	— 0.147
86.51	Tarrant	3	198.12	1.286	0.00	— 0.041

Die eingeklammerten Positionswinkel und Distanzen wurden bei der Bildung der neuen Jahresmittel ausgeschlossen. Alle anderen Beobachtungen wurden uncorrigirt benutzt und zur 2. Gewichtsgruppe gezählt.

O. Struve, dessen schöne Messungsreihen bei fast allen Doppelsternbahnberechnungen die Mehrzahl der Beobachtungen liefern, hat das vorliegende Sternsystem nur dreimal beobachtet, da dasselbe wegen seiner südlichen Lage in Pulkowa schlecht zu beobachten ist. Die oben angeführten Beobachtungen sind den „Mesures micrométriques corrigées des étoiles doubles“ entnommen.

Ich will hier noch eine vergleichende Zusammenstellung der früher durch Zeichnung gewonnenen provisorischen Correctionen mit den jetzt durch Rechnung erhaltenen definitiven geben, aus welcher man ersieht, wie nahe dieselben übereinstimmen und wie es daher sehr rathsam ist, vor Beginn einer Doppelsternbahnberechnung durch Zeichnung die systematischen Fehler der einzelnen Beobachter wenigstens annähernd zu bestimmen.

	Prov. Corr.	Def. Corr.
Dembowski II	+ 1°.22	+ 1°.36
Dawes II	— 1.90	— 2.45
Mädler II	— 1.30	— 1.85
Dunér	— 1.30	— 1.44
Engelmann	— 1.00	— 1.11
Schiaparelli	+ 1.00	+ 0.62
Mitchell	+ 1.50	+ 2.03

§ 5.

Ich will nun sämmtliche Beobachtungen, die zur Bildung neuer Jahresmittel benutzt wurden, mit den abgeleiteten Correctionen versehen, in chronologischer Reihenfolge hier mittheilen:

		p	g	ϱ	g
1782.36	W. Herschel	187°.97	1	—	—
1825.47	W. Struve	356.30	4	1".240	4
28.48	J. Herschel	1.00	1	—	—
30.25	J. Herschel	1.43	2	1.463	2
31.38	J. Herschel	—	—	1.320	1
31.48	W. Struve	4.52	2	1.303	2
32.52	W. Struve	5.82	2	1.333	2
33.37	W. Struve	6.02	2	1.283	2
33.39	Dawes	7.09	2	1.239	2
34.45	J. Herschel	8.32	1	1.240	1
34.45	W. Struve	7.72	2	1.333	2
34.50	Dawes	8.01	4	1.255	4
34.51	Mädler	11.80	2	—	—

		p	g	ϱ	g
1835.39	J. Herschel	10°.60	2	—	—
35.48	Mädler	8.25	2	—	—
36.49	Dawes	10.42	2	—	—
36.50	Mädler	8.23	2	—	—
37.33	J. Herschel	11.40	1	—	—
39.61	Dawes	14.29	2	1".367	2
40.56	Dawes	16.19	4	1.280	4
40.57	O. Struve	17.20	1	–	—
41.48	Mädler	14.88	2	1.280	2
41.57	O. Struve	20.80	1	—	—
41.58	Dawes	16.53	4	1.287	2
41.61	Kaiser	17.70	1	1.300	1
42.42	Mädler	18.56	2	1.050	1
42.46	Dawes	19.14	2	—	—
42.53	Kaiser	21.00	1	—	—
43.40	Dawes	21.10	2	1.178	2
43.40	Mädler	21.92	2	1.163	2
43.62	Kaiser	20.76	2	1.200	1
44.40	Mädler	21.90	2	—	—
46.17	Jacob	23.17	2	1.000	1
46.47	Mitchell	26.09	4	0.966	2
47.58	Mitchell	28.03	2	—	—
48.54	Dawes	30.55	2	—	—
48.54	Mitchell	29.23	2	0.840	1
53.53	Dawes	46.28	1	—	—
56.20	Jacob	65.53	2	0.630	2
56.49	Secchi	68.82	4	0.590	2
56.58	O. Struve	69.80	1	0.470	1
57.68	Jacob	81.43	1	0.500	1
58.17	Jacob	—	—	0.350	1
62.56	Dembowski	134.99	2	—	—
63.44	Dembowski	139.11	2	—	—

		p	g	ϱ	g
1864.45	Secchi	146°38	4	0".442	2
64.51	Dembowski	147.97	2		
65.44	Dembowski	152.76	4		—
65.51	Secchi	154.08	4	0.582	2
66.46	Dembowski	158.00	4	0.512	4
66.52	Secchi	159.53	2	0.632	1
67.45	Dembowski	162.06	4	0.806	4
68.40	Dembowski	166.42	4	0.876	4
68.48	Knott	166.50	1	–	—
69.51	Dunér	171.09	2	0.858	4
69.52	Dembowski	169.54	4	0.859	4
70.21	Gledhill	168.20	1	—	—
70.39	Dembowski	171.13	4	0.867	4
70.54	Dunér	171.86	1	0.906	2
71.41	Dembowski	174.42	4	1.043	4
71.49	Gledhill	174.00	1	1.000	1
71.60	Dunér	173.40	2	0.910	4
72.45	Wilson & Seabroke	177.30	1	0.950	1
72.46	Knott	176.92	1	1.121	1
72.46	Dembowski	175.21	4	1.095	4
72.53	Dunér	175.99	2	0.986	4
73.36	Wilson & Seabroke	180.40	1	1.040	1
73.43	Dembowski	178.16	4	1.172	4
73.68	Gledhill	176.50	1	1.100	1
74.44	Wilson & Seabroke	183.10	1	1.190	1
74.49	Dembowski	180.04	4	1.029	4
75.44	Dembowski	181.90	4	1.081	4
75.51	Schiaparelli	182.66	4	1.162	4
75.51	Wilson & Seabroke	180.00	1	–	—
75.56	Dunér	180.46	2	1.278	4
76.44	Howe	185.60	1	1.040	1
76.45	Dembowski	183.19	4	1.187	4
76.52	Schiaparelli	184.21	4	1.162	4
76.52	Hall	183.38	4	1.224	2

		p	g	ϱ	g
1876.54	Plummer	182°50	1	1.″100	1
76.61	Doberck	186.49	2	—	—
77.43	Dembowski	184.70	4	1.177	4
77.43	Upton	184.10	1	—	—
77.46	Wilson & Seabroke	184.90	1	1.270	1
77.47	Howe	187.00	2	1.120	1
77.55	Jedrzejewicz	182.51	2	1.266	1
77.55	Schiaparelli	184.64	4	1.230	4
78.46	Dembowski	187.56	4	1.199	4
78.54	Schiaparelli	186.76	4	1.295	4
79.41	Howe	189.20	2	1.220	2
79.42	Stone	186.70	2	—	—
79.47	Egbert	187.60	2	—	—
79.54	Hall	189.34	4	1.154	2
79.56	Schiaparelli	187.45	4	1.277	4
79.58	C. W. Pritchett	185.65	1	—	—
79.60	Burnham	188.82	2	1.162	2
80.36	Egbert	188.80	1	1.120	1
80.51	C. W. Pritchett	187.31	1	1.320	1
80.52	Frisby	185.70	1	1.130	1
80.54	Schiaparelli	189.61	4	1.222	4
80.87	Henry Pritchett	189.58	2	1.100	2
82.43	Engelmann	195.59	2	—	—
82.45	Hall	192.11	4	1.154	2
82.54	Schiaparelli	192.40	4	1.292	4
82.59	Frisby	192.13	2	1.350	2
83.45	Frisby	190.98	2	1.327	2
83.47	Hall	193.41	2	—	—
83.49	Engelmann	194.36	4	—	—
83.49	Küstner	195.30	1	—	—
83.52	Perrotin	191.50	2	1.160	2
83.55	Schiaparelli	194.12	4	1.225	4
84.44	Engelmann	194.49	4	—	—
84.53	Perrotin	195.10	2	1.273	2
84.54	Henry Pritchett	195.56	1	1.410	1
84.54	Schiaparelli	195.67	4	1.240	4

		p	g	ϱ	g
1885.53	Schiaparelli	196°.85	4	1″.328	4
85.57	Engelmann	197.01	4	—	—
86.51	Tarrant	198.12	2	1.286	2
86.55	Schiaparelli	197.78	4	1.170	4
86.63	Engelmann	197.76	4	—	—
87.54	Schiaparelli	200.25	4	1.145	4

Die vorstehenden Beobachtungen wurden nun unter Berücksichtigung der angegebenen Gewichte in folgende Jahresmittel vereinigt:

Positionswinkel.

	p	g	$B-R$
1825.47	356°.30	4	+ 0°.16
28.48	1.00	1	+ 0.59
30.25	1.43	2	— 1.30
31.48	4.52	2	+ 0.23
32.52	5.82	2	+ 0.22
33.38	6.55	4	— 0.12
34.49	8.82	9	+ 0.76
35.43	9.42	4	+ 0.21
36.49	9.32	4	— 1.23
37.33	11.40	1	— 0.21
39.61	14.29	2	— 0.33
40.56	16.39	5	+ 0.45
41.56	16.80	8	— 0.57
42.46	19.28	5	+ 0.54
43.47	21.26	6	+ 0.91
44.40	21.90	2	— 0.03
46.37	25.12	6	— 0.56
47.58	28.03	2	— 0.27
48.54	29.89	4	— 0.75
53.53	46.28	1	— 2.65
56.42	68.02	7	— 0.65
57.68	81.43	1	+ 0.72
62.56	134.99	2	+ 1.95
63.44	139.11	2	— 1.08
64.47	146.91	6	— 0.40
65.47	153.42	8	+ 0.32

Distanzen.

	ϱ	g	$B-R$
1825.47	1″.240	4	+ 0″.027
30.25	1.463	2	+ 0.152
31.45	1.309	3	— 0.016
32.52	1.333	2	0.000
33.38	1.261	4	— 0.075
34.48	1.275	7	— 0.061
39.61	1.367	2	+ 0.092
40.56	1.280	4	+ 0.028
41.55	1.287	5	+ 0.063
42.42	1.050	1	— 0.147
43.44	1.176	5	+ 0.015
46.37	0.977	3	— 0.060
48.54	0.840	1	— 0.089
55.53	0.695	2	+ 0.145
56.39	0.582	5	+ 0.075
57.68	0.500	1	+ 0.037
58.17	0.350	1	— 0.103
64.45	0.442	2	— 0.150
65.51	0.582	2	— 0.064
66.47	0.536	5	— 0.168
67.45	0.806	4	+ 0.048
68.40	0.876	4	+ 0.066
69.51	0.858	8	— 0.013
70.44	0.880	6	— 0.040
71.50	0.979	9	+ 0.006
72.49	1.040	10	+ 0.020

Positionswinkel.				Distanzen.			
	p	g	$B-R$		ϱ	g	$B-R$
1866.48	158°.51	6	+ 0°.50	1873.46	1″.138	6	+ 0″.077
67.45	162.06	4	— 0.01	74.48	1.061	5	— 0.040
68.42	166.44	5	+ 0.88	75.50	1.174	12	+ 0.036
69.52	170.06	6	+ 1.08	76.49	1.165	12	— 0.004
70.38	170.76	6	— 0.60	77.49	1.208	11	+ 0.012
71.48	174.07	7	— 0.01	78.50	1.247	8	+ 0.029
72.49	175.88	8	— 0.46	79.52	1.218	10	— 0.019
73.46	178.26	6	— 0.07	80.59	1.184	9	— 0.068
74.48	180.65	5	+ 0.39	82.53	1.272	8	+ 0.007
75.49	181.74	11	— 0.30	83.51	1.234	8	— 0.032
76.51	184.01	16	— 0.46	84.54	1.274	7	+ 0.011
77.49	184.67	14	— 0.62	85.53	1.328	4	+ 0.072
78.50	187.16	8	+ 0.33	86.54	1.209	6	— 0.035
79.52	188.09	17	— 0.23	87.54	1.145	4	— 0.085
80.59	188.82	9	— 1.03				
82.50	192.79	12	+ 0.27				
83.50	193.40	15	— 0.50				
84.50	195.13	11	— 0.14				
85.55	196.93	8	+ 0.18				
86.54	197.84	10	— 0.32				
87.54	200.25	4	+ 0.65				

Diese Jahresmittel wurden nun mit den Elementen (III) verglichen. Die Unterschiede zwischen den beobachteten und den nach (III) berechneten Positionswinkel und Distanzen sind in obiger Zusammenstellung unter $B-R$ gegeben. Dieselben erreichen fast alle kaum die Grösse des voraussichtlich vorhandenen Beobachtungsfehler, sodass also die Darstellung der Beobachtungen durch die Elemente (III) eine sehr befriedigende ist. Was die Vertheilung der Zeichen anbelangt, so sind bei den Positionswinkeln 20 positive und 27 negative Fehler vorhanden bei 24 Zeichenwechsel, bei den Distanzen 20 positive, 19 negative Fehler, 1 Null und 21 Zeichenwechsel.

§ 6.

Die verhältnissmässig gute Darstellung der Beobachtungen durch die elliptischen Elemente (III) lässt, wie oben schon erwähnt, vermuthen, dass der Stern C keine bedeutende Einwirkung auf die Bewegung des inneren

Sternes ausübt. Es wird daher nicht ohne Nutzen sein, den Flächensatz auf seine Giltigkeit zu untersuchen.

Bezeichnet man die Massen der Sterne A, B, C mit m_1, m_2, m_3, die Entfernungen

$$AB = r, \quad BC = \Delta, \quad AC = R, \quad \frac{A+B}{2}, C = r_1$$

die Coordinaten von B in Bezug auf ein im Stern A gelegenes rechtwinkliges Coordinatensystem mit x, y, z, diejenigen des Sternes C in Bezug auf dasselbe Coordinatensystem mit x_3, y_3, z_3, so ist die Bewegung des Sternes B um den Stern A bekanntlich durch folgende drei Differentialgleichungen gegeben:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k^2(m_1+m_2)\frac{x}{r^3} = k^2 m_3\left(\frac{x_3-x}{\Delta^3} - \frac{x^3}{R^3}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + k^2(m_1+m_2)\frac{y}{r^3} = k^2 m_3\left(\frac{y_3-y}{\Delta^3} - \frac{y_3}{R^3}\right)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + k^2(m_1+m_2)\frac{z}{r^3} = k^2 m_3\left(\frac{z_3-z}{\Delta^3} - \frac{z_3}{R^3}\right)$$

Führt man nun ein dem früheren paralleles Coordinatensystem ein, dessen Anfang in der Mitte von AB liegt und bezeichnet die Coordinaten von C in Bezug auf dieses System mit ξ, η, ζ, so ist

$$x_3 = \tfrac{1}{2}x + \xi; \quad y_3 = \tfrac{1}{2}y + \eta; \quad z_3 = \tfrac{1}{2}z + \zeta$$

Bezeichnet man den Winkel, den die Radienvectoren r und r_1 einschliessen mit $\varkappa$, so ist:

$$\Delta^2 = r_1^2 + \tfrac{1}{4}r^2 - r r_1 \cos\varkappa$$
$$R^2 = r_1^2 + \tfrac{1}{4}r^2 + r r_1 \cos\varkappa$$

In obigen Formeln tritt aber $\frac{1}{\Delta^3}$ und $\frac{1}{R^3}$ auf. Diese Ausdrücke kann man aber nach dem Verhältnisse $\frac{r}{r_1}$ entwickeln, da dieses Verhältniss in unserem speciellen Fall eine ziemlich kleine Grösse ist. Es ist dann:

$$\frac{1}{\Delta^3} = \frac{1}{r_1^3}\left\{1 + \tfrac{3}{2}\frac{r}{r_1}\cos\varkappa + \tfrac{3}{8}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2(5\cos^2\varkappa - 1) + \ldots.\right\}$$

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{r_1^3}\left\{1 - \tfrac{3}{2}\frac{r}{r_1}\cos\varkappa + \tfrac{3}{8}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2(5\cos^2\varkappa - 1) + \ldots.\right\}$$

Führt man diese Werthe in die obigen Differentialgleichungen ein, so nehmen dieselben folgende Form an:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k^2(m_1+m_2)\frac{x}{r^3} = -\frac{k^2 m_3}{r_1^3}\left\{x - 3\xi\frac{r}{r_1}\cos z + \tfrac{3}{8}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 x(5\cos^2 z - 1)\ldots\right\}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + k^2(m_1+m_2)\frac{y}{r^3} = -\frac{k^2 m_3}{r_1^3}\left\{y - 3\eta\frac{r}{r_1}\cos z + \tfrac{3}{8}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 y(5\cos^2 z - 1)\ldots\right\}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + k^2(m_1+m_2)\frac{z}{r^3} = -\frac{k^2 m_3}{r_1^3}\left\{z - 3\zeta\frac{r}{r_1}\cos z + \tfrac{3}{8}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 z(5\cos^2 z - 1)\ldots\right\}$$

Aus den beiden ersten Gleichungen folgt aber der Flächensatz:

$$y\frac{d^2x}{dt^2} - x\frac{d^2y}{dt^2} = -3\frac{k^2 m_3}{r_1^3}\frac{r}{r_1}\cos z\,(x\eta - y\xi)$$

Das Glied 2. Ordnung in Bezug auf $\frac{r}{r_1}$ ist herausgefallen.

Nimmt man nun als xy-Ebene die Projectionsebene und legt die x-Axe so, dass sie nach Norden gerichtet ist, so wird

$$x = \varrho\cos p, \qquad \xi = \varrho_1\cos p_1,$$
$$y = \varrho\sin p, \qquad \eta = \varrho_1\sin p_1,$$

wo ϱ und p die Distanz und den Positionswinkel des Sternes B gegen A, ϱ_1 und p_1 die Distanz und den Positionswinkel von C gegen $\frac{A+B}{2}$ bezeichnen.

Führt man diess in den Ausdruck für den Flächensatz ein, so wird:

$$\frac{d}{dt}\left(\varrho^2\frac{dp}{dt}\right) = 3\frac{k^2 m_3}{r_1^5}\varrho\varrho_1\sin(p_1 - p)\{\varrho\varrho_1\cos(p_1 - p) + \zeta z\}$$
$$= \tfrac{3}{2}\frac{k^2 m_3}{r_1^5}\varrho^2\varrho_1^2\sin 2(p_1 - p) + 3\frac{k^2 m_3}{r_1^5}\varrho\varrho_1\sin(p_1 - p)\zeta z$$

Bezeichnet σ die Breite des Sternes B gegen die Projectionsebene, ebenso σ_1 diejenige des Sternes C, so ist, wenn man alle zum Stern C gehörigen Bestimmungsstücke mit dem Index 1 bezeichnet:

$$z = \varrho\,\mathrm{tg}\,\sigma;$$
$$\zeta = \varrho_1\,\mathrm{tg}\,\sigma_1; \qquad r_1 = \frac{\varrho_1}{\cos\sigma_1}$$
$$\mathrm{tg}\,\sigma = \sin(p - \Omega)\,\mathrm{tg}\,i$$
$$\mathrm{tg}\,\sigma_1 = \sin(p_1 - \Omega_1)\,\mathrm{tg}\,i_1$$

Substituirt man diese Gleichungen in obigen Ausdruck, so wird

$$\frac{d}{dt}\left(\varrho^2 \frac{dp}{dt}\right) = \tfrac{3}{2} k^2 m_3 \cos^5 \sigma_1 \frac{\varrho^2}{\varrho_1^3} \sin 2(p_1 - p)$$

$$+ 3 k^2 m_3 \cos^5 \sigma_1 \operatorname{tg} \sigma_1 \frac{\varrho^2}{\varrho_1^3} \sin(p_1 - p) \sin(p - \Omega) \operatorname{tg} i$$

Die hier auftretende Anziehungsconstante ist aber bei Doppelsternen in folgenden Einheiten auszudrücken: Grad, Bogensecunde und Jahr. Bezeichnet n die mittlere jährliche Bewegung von B ausgedrückt in Einheiten des Radius, a die halbe grosse Axe von B in Bogensecunden, $\varepsilon = \frac{1}{\text{arc } 1^0} = 57^0.296$, so ist

$$k^2 (m_1 + m_2) = n^2 a^3 \varepsilon$$

Die Breite σ_1 ist eine Function der Elemente Ω_1 und i_1 und des Positionswinkel p_1, also eine Function der Zeit. Die Elemente Ω_1 und i_1 sind aber nicht bekannt, und wie wir im Folgenden sehen werden, ist es zur Zeit vollständig unmöglich, dieselben zu bestimmen; infolgedessen ist also σ_1 unbekannt. Da nun in dem hier behandelten Zeitraum von 60 Jahren der Positionswinkel p_1 sich nur um 12^0 geändert hat, so wird wohl auch σ_1 sich in diesem Zeitraum nicht viel geändert haben, und man wird daher wohl keinen grossen Fehler begehen, wenn man bei der Integration nach der Zeit σ_1 als Constante betrachtet.

Integrirt man unter dieser Voraussetzung, so folgt, wenn man für k^2 seinen obigen Werth setzt:

$$\varrho^2 \frac{dp}{dt} = \left(\varrho^2 \frac{dp}{dt}\right)_\tau + \tfrac{3}{2} \varepsilon n^2 a^3 \frac{m_3 \cos^5 \sigma_1}{m_1 + m_2} \int_\tau^t \frac{\varrho^2}{\varrho_1^3} \sin 2(p_1 - p)\, dt$$

$$+ 3 \varepsilon n^2 a^3 \operatorname{tg} i \frac{m_3 \cos^4 \sigma_1 \sin \sigma_1}{m_1 + m_2} \cdot \int_\tau^t \frac{\varrho^2}{\varrho_1^3} \sin(p_1 - p) \sin(p - \Omega)\, dt$$

Die hier auftretenden Integrale habe ich numerisch berechnet, indem ich für den Stern B die Elemente (III) benutzte und die Positionswinkel und Distanzen des Sternes C bezogen auf die Mitte von $A + B$ aus den später abzuleitenden Formeln A_2 und B_2 entnahm. Als untere Grenze des Integrals habe ich 1830.5 genommen und die Integranden von 2 zu 2 Jahren berechnet.

Setzt man

$$f = \tfrac{3}{2}\,\varepsilon\, n^2\, a^3 \int_{1830.5}^{t} \frac{\varrho^2}{\varrho_1^3} \sin 2\,(p_1 - p)\, d\,t$$

$$g = 3\,\varepsilon\, n^2\, a^3 \operatorname{tg} i \int_{1830.5}^{t} \frac{\varrho^2}{\varrho_1^3} \sin\,(p_1 - p) \sin\,(p - \Omega)\, d\,t$$

so wird:

$$\varrho^2 \frac{d\,p}{d\,t} = \left(\varrho^2 \frac{d\,p}{d\,t}\right)_{1830.5} + f \cdot \frac{m_3 \cos^5 \sigma_1}{m_1 + m_2} + g \cdot \frac{m_3 \cos^4 \sigma_1 \sin \sigma_1}{m_1 + m_2}$$

und es ergaben sich für f und g folgende Werthe:

	f	g
1830.5	0.00000	0.00000
40.5	+ 0.02971	— 0.00438
50.5	+ 0.05388	+ 0.01522
60.5	+ 0.05686	+ 0.01873
70.5	+ 0.05621	— 0.00358
80.5	+ 0.07373	— 0.01843

Man sieht aus diesen Zahlen, dass die Einwirkung des entfernten Sternes auf die Bewegung der innern nur geringen Einfluss haben kann, wenn man nicht gerade annimmt, dass die Masse des entfernteren Sternes die der innern ganz bedeutend überwiegt, zumal da noch der Verkleinerungsfactor $\cos^5 \sigma$ auftritt.

Ferner ist sicher dadurch nachgewiesen, dass in der Zeit von 1850 bis 1860 nicht bedeutende Störungen vorhanden sein können, was durch die in den betreffenden Jahren auftretenden grösseren Abweichungen der berechneten Coordinaten von den beobachteten vielleicht zu vermuthen gewesen wäre. Diese Abweichungen sind, wie hierdurch gezeigt ist, reine Beobachtungsfehler, deren Grösse sich auch bei der kleinen Distanz der Sterne A und B in dieser Zeit erklären lässt.

Bei der Betrachtung der Frage, ob der Stern C bedeutende Einwirkung auf die Bewegung der innern Sterne ausübe, ist noch folgender Umstand zu bedenken.

Die scheinbare Bewegung des Sternes C in der Projectionsebene geht in umgekehrter Richtung vor sich, wie diejenige des Sternes B.

Hieraus folgt aber, dass entweder, wenn die Neigung der beiden Bahnen gegen einander nicht sehr bedeutend ist, der Stern C sich in Wirklichkeit in entgegengesetzter Richtung bewegt als der Stern B, oder aber, dass die Neigung der Bahn des Sternes C gegen die Projectionsebene grösser als 90^0 ist. Gegen die erste Annahme spricht aber die Wahrscheinlichkeit, nach der zweiten Annahme müsste aber die Neigung der Bahnen von C und B gegeneinander sehr gross sein, mindestens 22^0. Hieraus würde aber folgen, dass die mittlere Entfernung des Sternes C viel grösser sein würde, als die beobachteten Distanzen, so dass die Einwirkung des Sternes C wohl sehr gering sein würde.

Es ist sehr zu bedauern, dass es zur Zeit noch unmöglich ist eine Bahnbestimmung für den Stern C auszuführen, sodass sich leider nicht nachweisen lässt, welche von beiden obigen Annahmen die richtige ist.

Im Interesse weiterer Untersuchungen über dieses interessante Sternsystem wäre es sehr zu wünschen, wenn dasselbe auch fernerhin häufig beobachtet würde und möchte ich dasselbe allen Astronomen, die sich mit der Beobachtung von Doppelsternen beschäftigen, zur besonderen Beachtung empfehlen.

§ 7.

Es ist nun noch die Bewegung des Sternes C zu untersuchen. Wie bereits im vorigen Paragraphen erwähnt, geht die Aenderung des Positionswinkels des Sternes C in umgekehrter Richtung vor sich, wie bei dem Stern B und zwar beträgt dieselbe in dem zur Verfügung stehenden Zeitraum von etwa 60 Jahren nur 12^0. Aus diesem kurzen Bogen eine elliptische Bahn mit einiger Sicherheit berechnen zu wollen, würde eine vergebliche Aufgabe sein. Es kann sich daher nur darum handeln, durch Interpolationsformeln die vorhandenen Beobachtungen in Positionswinkel und Distanz möglichst gut darzustellen.

Die Beobachtungen des Sternes C sind zum grössten Theile auf die Mitte von AB bezogen, einige auf den Stern A und nur sehr wenige auf den Stern B. Um nun auch hier provisorische Werthe für etwaige grössere systematische Fehler zu erhalten, habe ich ebenfalls die vorhandenen Beobachtungen $\frac{A+B}{2}, C$ graphisch aufgetragen und zwar

sowohl Positionswinkel und Distanzen und die Abweichung jeder einzelnen Beobachtung von der durch die Mehrzahl der Beobachtungen bestimmten Curve bestimmt. Auf diese Weise habe ich folgende provisorische Correctionen erhalten:

W. Struve	— 1.°00	— 0.″300
Dembowski II	— 0.50	— 0.045
Mädler I	— 2.20	0
II	+ 0.30	0
Dunér	— 1.80	— 0.050
Engelmann II	0	+ 0.230

Bezüglich der Gewichtsbestimmung bin ich ebenso verfahren, wie beim Sterne *B*.

Der ersten Gruppe gehörten an

a) für Positionswinkel: W. Struve, Mädler, Dunér, Engelmann (II. Periode), Dembowski, Schiaparelli;

b) für Distanzen: W. Struve, Dembowski II, Dunér, Engelmann (II. Periode), Schiaparelli.

Nach der Anbringung der obigen provisorischen Correctionen wurden die einzelnen Beobachtungen $\frac{A+B}{2}$, C mit Rücksicht auf die eben festgesetzten Gewichte in Jahresmittel vereinigt. Dieselben ergaben sich für die Positionswinkel wie folgt:

	p	g	$p-A$	$p-A_1$		p	g	$p-A$	$p-A_1$
1822.46	78.°38	1	+ 1.°15	+ 0.°95	1847.58	72.°50	1	— 0.°89	— 0.°41
25.48	77.60	4	+ 0.79	+ 0.72	48.54	72.00	1	— 1.22	— 0.73
31.48	75.90	2	— 0.05	+ 0.10	52.22	73.60	2	+ 1.03	+ 1.52
32.52	75.60	2	— 0.20	— 0.02	53.32	72.49	2	+ 0.12	+ 0.61
33.37	74.00	2	— 1.67	— 1.46	54.78	71.29	1	— 0.82	— 0.33
34.48	74.31	4	— 1.19	— 0.95	55.39	71.44	6	— 0.56	— 0.08
35.50	74.49	4	— 0.86	— 0.59	56.45	71.67	3	— 0.13	+ 0.45
36.51	74.82	4	— 0.37	— 0.08	61.43	70.70	1	— 0.16	+ 0.27
37.51	74.45	2	— 0.59	— 0.27	62.56	69.65	2	— 1.00	— 0.58
41.50	74.35	3	— 0.05	+ 0.35	63.50	70.09	5	— 0.37	+ 0.03
42.42	73.16	2	— 1.09	— 0.68	64.48	68.95	1	— 1.32	— 0.94
43.47	73.21	6	— 0.87	— 0.44	65.45	69.56	8	— 0.52	— 0.16
44.40	73.32	4	— 0.61	— 0.16	66.48	70.07	6	+ 0.20	+ 0.54
46.48	71.88	2	— 1.69	— 1.22	67.45	69.87	4	+ 0.19	+ 0.51

	p	g	$p-A$	$p-A_1$		p	g	$p-A$	$p-A_1$
1868.54	68°.95	2	— 0°.51	— 0°.21	1877.55	67°.31	7	— 0°.26	— 0°.26
69.50	68.30	2	0.96	— 0.70	78.66	67.82	4	+ 0.50	+ 0.45
70.44	69.97	4	+ 0.90	+ 1.14	79.48	67.92	8	+ 0.78	+ 0.70
71.42	69.87	6	+ 1.00	+ 1.22	80.52	65.21	2	— 1.71	1.83
72.50	69.45	4	+ 0.81	+ 0.99	82.51	65.62	10	— 0.86	— 1.07
73.44	67.73	3	0.71	0.54	83.49	66.29	11	+ 0.04	— 0.22
74.48	69.15	2	+ 0.93	+ 1.04	84.49	65.82	9	— 0.21	0.52
75.49	67.22	6	— 0.79	— 0.71	85.57	66.10	6	+ 0.32	— 0.05
76.49	67.36	9	— 0.43	— 0.39	86.63	67.23	4	+ 1.69	+ 1.27

Aus diesem Jahresmittel wurde nun eine Interpolationsformel von der Form

$$p = \alpha + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$$

abgeleitet. Es ergab sich dabei folgende Formel:

$$p = 72^{\circ}.877 - 0^{\circ}.176\, t - 0.00075\, t^2 \qquad (A)$$

Die Zeit ist hier von 1850.5 gezählt.

Die obige Tabelle enthält die Vergleichung dieser Formel mit den Beobachtungen.

Es zeigt sich, dass die Interpolationsformel die Beobachtungen schon ziemlich gut darstellt, doch lässt sich durch eine Ausgleichung noch ein besserer Anschluss erwarten. Ich habe deshalb die übrig bleibenden Fehler, wie durch Striche angedeutet, in folgende zehn Mittel vereinigt:

	g	dp		g	dp
1828.04	9	+ 0°.42	1868.14	18	+ 0°.15
36.43	19	— 0.76	73.37	21	+ 0.20
44.52	16	— 0.96	77.29	20	— 0.18
55.27	15	— 0.16	81.95	31	— 0.17
64.41	16	— 0.52	85.28	19	+ 0.36

Hiermit ergaben sich für die Correctionen $d\alpha$, $d\alpha_1$ und $d\alpha_2$ folgende Bedingungsgleichungen:

$$1 \cdot d\alpha + [0.3514_n]\,(10\, d\alpha_1) + [0.7028]\,(100\, d\alpha_2) = [9.6232]$$

1	0.1483_n	0.2966	9.8573_n
1	9.7767_n	9.5534	9.9823_n
1	9.6785	9.3570	9.2041_n

$1 \cdot d\alpha +$	$[0.1433](10\, d\alpha_1) +$	$[0.2866](100\, d\alpha_2) =$	$[9.7160_n]$
1	0.2465	0.4930	9.1761
1	0.3593	0.7186	9.3010
1	0.4280	0.8560	9.2553_n
1	0.4976	0.9952	9.2304_n
1	0.5413	1.0826	9.5563

Hieraus folgten die Normalgleichungen:

$$+ 10.00\,(d\alpha) + 10.97\,(10\, d\alpha_1) + 47.05\,(100\, d\alpha_2) = - 1.58$$
$$+ 10.97 \quad + 47.05 \quad + 98.31 \quad = + 0.80$$
$$+ 47.05 \quad + 98.31 \quad + 366.06 \quad = + 2.20$$

Die Auflösung derselben ergab:

$$d\alpha = - 0^{0}4922$$
$$d\alpha_1 = - 0.00324$$
$$d\alpha_2 = + 0.000786$$

Diese Correctionen an die Coefficienten in der Formel (A) angebracht, ergaben folgende neue Interpolationsformel:

$$p = 72^{0}385 - 0^{0}179\, t + 0.000034\, t^2 \qquad (A_1)$$

Die Vergleichung dieser Formel mit den Beobachtungen ist ebenfalls in obiger Zusammenstellung gegeben. Die verbleibenden Abweichungen sind im allgemeinen kleiner als diejenigen, welche aus der Formel (A) folgten, auch die Vertheilung der Zeichen ist eine bessere, es sind 18 positive und 28 negative Fehler vorhanden bei 18 Zeichenwechsel.

Die Formel (A_1) stellt also die Beobachtungen so gut dar, dass sie für die ersten Rechnungen verwandt werden kann.

Ich will nun ebenso für die Distanzen eine Interpolationsformel ableiten.

Durch Vereinigung der mit den provisorischen Correctionen versehenen Distanzen ergaben sich folgende Jahresmittel:

	ϱ	g	$\varrho - B$		ϱ	g	$\varrho - B$
1822.46	6.″769	1	+ 0.″341	1834.45	6.″870	2	+ 0.″260
25.48	6.450	4	— 0.026	35.50	6.555	1	— 0.078
31.48	6.500	2	— 0.070	36.51	6.321	1	— 0.327
32.52	6.240	2	— 0.346	37.51	7.030	2	+ 0.366
33.37	6.460	2	— 0.140	41.51	6.641	2	— 0.085

	ϱ	g	$\varrho - B$		ϱ	g	$\varrho - B$
1843.62	6.″526	2	— 0.″233	1871.42	7.″055	6	— 0.″126
44.40	6.759	2	— 0.011	72.50	7.122	4	— 0.075
48.54	6.770	1	— 0.069	73.44	7.097	3	— 0.114
52.22	6.690	2	— 0.201	74.48	7.160	2	— 0.066
55.32	7.223	2	+ 0.285	75.49	7.052	6	— 0.189
56.48	7.120	2	+ 0.164	76.50	7.284	9	+ 0.028
61.43	7.160	1	+ 0.130	77.55	7.211	7	— 0.061
62.56	7.100	2	+ 0.053	78.66	7.432	4	+ 0.144
63.50	7.137	5	+ 0.075	79.49	7.376	8	+ 0.075
64.48	7.410	1	+ 0.333	80.52	7.240	2	— 0.076
65.45	7.024	8	— 0.068	82.51	7.262	10	— 0.083
66.48	7.097	6	— 0.010	83.49	7.267	11	— 0.093
67.45	6.985	4	— 0.136	84.49	7.266	9	— 0.109
68.54	6.985	2	— 0.153	85.57	7.165	6	— 0.225
69.50	7.154	6	+ 0.002	86.63	7.403	4	— 0.003
70.44	6.987	4	— 0.179				

Indem diese Jahresmittel ebenfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt wurden, ergab sich folgende Interpolationsformel:

$$\varrho = 6.″8641 + 0.″0153\,t - 0.″000086\,t^2 \qquad (B)$$

Die Zeit ist hier ebenfalls von 1850.5 an gezählt.

Die obige Tabelle der Distanzen enthält die Vergleichung dieser Formel mit den Beobachtungen. Es zeigt sich, dass allerdings noch ziemlich bedeutende Abweichungen auftreten und die Vertheilung der Zeichen noch viel zu wünschen übrig lässt, sodass sich wohl durch eine Ausgleichung der Fehler eine bessere Formel ableiten liesse. Allein ich habe eine solche nicht ausgeführt, da die Formel B die Beobachtungen immerhin so gut darstellt, dass sie für die ersten Rechnungen benutzt werden kann und ich später doch noch eine genauere Formel ableiten werde.

Ich habe nun mit Hülfe der Elemente (III) und der Formeln (A_1) und (B) die Reductionen berechnet, die man an die auf den Stern A resp. B bezogenen Messungen anzubringen hat, um sie auf die Mitte von AB zu beziehen, und zwar nach folgenden Formeln.

Bezeichnet man den Positionswinkel und die Distanz des Sternes B mit p und ϱ, des Sternes C gegen A mit p' und ϱ' und gegen

$\frac{A+B}{2}$ mit p_0 und ϱ_0, so sind $(p_0 - p')$ und $(\varrho_0 - \varrho')$ durch folgende Formeln gegeben:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{p_0 - p}{2} - (p_0 - p')\right) = \frac{\varrho_0 - \frac{1}{2}\varrho}{\varrho_0 + \frac{1}{2}\varrho} \operatorname{tg} \frac{(p_0 - p)}{2}$$

$$\varrho_0 - \varrho' = -\frac{1}{2}\varrho \frac{\cos\left\{(p_0 - p) - \left(\frac{p_0 - p'}{2}\right)\right\}}{\cos\left(\frac{p_0 - p'}{2}\right)}$$

Für die Reductionen von B auf $\frac{A+B}{2}$ ergeben sich ganz ähnliche Gleichungen.

Hiernach ergaben sich folgende Werthe für die Reductionen von A, C auf $\frac{A+B}{2}$, C:

	von A auf $\frac{A+B}{2}$			von A auf $\frac{A+B}{2}$	
1826.5	+ 5°26	— 0″146	1849.5	+ 2°22	— 0″344
27.5	+ 5.29	— 0.165	50.5	+ 1.92	— 0.335
28.5	+ 5.31	— 0.184	51.5	+ 1.62	— 0.326
29.5	+ 5.33	— 0.203	52.5	+ 1.31	— 0.315
30.5	+ 5.34	— 0.221	53.5	+ 1.01	— 0.302
31.5	+ 5.32	— 0.238	54.5	+ 0.70	— 0.287
32.5	+ 5.28	— 0.255	55.5	+ 0.39	— 0.270
33.5	+ 5.22	— 0.271	56.5	+ 0.07	— 0.250
34.5	+ 5.13	— 0.287	57.5	— 0.25	— 0.232
35.5	+ 5.02	— 0.299	58.5	— 0.56	— 0.214
36.5	+ 4.91	— 0.311	59.5	— 0.87	— 0.192
37.5	+ 4.80	— 0.322	60.5	— 1.17	— 0.169
38.5	+ 4.67	— 0.334	61.5	— 1.47	— 0.144
39.5	+ 4.52	— 0.342	62.5	— 1.77	— 0.120
40.5	+ 4.36	— 0.348	63.5	— 2.07	— 0.095
41.5	+ 4.17	— 0.353	64.5	— 2.35	— 0.069
42.5	+ 3.97	— 0.357	65.5	— 2.59	— 0.043
43.5	+ 3.75	— 0.361	66.5	— 2.82	— 0.017
44.5	+ 3.52	— 0.363	67.5	— 3.06	+ 0.009
45.5	+ 3.29	— 0.362	68.5	— 3.29	+ 0.036
46.5	+ 3.05	— 0.360	69.5	— 3.46	+ 0.062
47.5	+ 2.80	— 0.356	70.5	— 3.63	+ 0.088
48.5	+ 2.52	— 0.351	71.5	— 3.80	+ 0.114

	von A auf $\frac{A+B}{2}$			von A auf $\frac{A+B}{2}$	
1872.5	$-3^{0}.95$	$+0''.140$	1880.5	$-4^{0}.35$	$+0''.317$
73.5	-4.06	$+0.165$	81.5	-4.28	$+0.334$
74.5	-4.15	$+0.189$	82.5	-4.20	$+0.349$
75.5	-4.20	$+0.213$	83.5	-4.12	$+0.364$
76.5	-4.25	$+0.236$	84.5	-4.02	$+0.378$
77.5	-4.30	$+0.258$	85.5	-3.90	$+0.390$
78.5	-4.34	$+0.279$	86.5	-3.77	$+0.400$
79.5	-4.35	$+0.300$			

Mit Hülfe dieser Tabelle wurden die auf A bezogenen Beobachtungen auf $\frac{A+B}{2}$ reducirt, ebenso die wenigen auf B bezogenen Beobachtungen (ich habe die hierzu erforderlichen Zahlen nicht angeführt, da ich sie nur für 4 Epochen zu berechnen hatte). Sodann wurden die reducirten Beobachtungen mit den direct auf $\frac{A+B}{2}$ bezogenen in neue Jahresmittel vereinigt, die ich jedoch hier nicht anführe, da ich gleich bessere Jahresmittel mittheilen werde. Ich will nur erwähnen, dass bei den Positionswinkeln nach Formel (A_1) 17 positive und 32 negative Fehler auftraten bei 16 Zeichenwechsel, bei den Distanzen nach Formel (B) 15 positive und 30 negative Fehler bei 18 Zeichenwechsel. Jedoch überstiegen die Fehler selten die für Beobachtungsfehler zulässige Grenze. Es liess sich daher vermuthen, dass die nicht sehr gute Darstellung wohl wesentlich von der Ungenauigkeit der angebrachten provisorischen Correctionen herrühre, und ich habe deshalb mit Hülfe der Formeln (A_1) und (B) neue systematische Correctionen für die einzelnen Beobachter berechnet und dieselben wie folgt gefunden:

W. Struve	$-0^{0}.85$	$-0''.143$
Kaiser	$+0.36$	$+0.118$
Mädler I	-1.97	—
II	$+0.39$	—
Secchi	$+1.72$	$+0.048$
Dembowski II	-0.76	$+0.039$
Dunér	-2.82	$+0.030$
Engelmann II	—	$+0.282$
Schiaparelli	$+0.36$	$+0.094$

Die Beobachtungen wurden nun mit diesen neuen Correctionen versehen und dann unter Beibehaltung der früheren Gewichtsbestimmung in folgende Jahresmittel vereinigt:

Positionswinkel.

	p	g	$p-A_1$	$p-A_2$
1822.46	78°38	1	+ 0°95	+ 0°34
25.48	78.00	4	+ 1.12	+ 0.71
31.48	76.05	2	+ 0.25	+ 0.22
32.52	75.75	2	+ 0.13	+ 0.15
33.37	74.15	2	— 0.31	— 0.26
34.48	74.50	4	— 0.76	— 0.66
35.50	74.72	4	— 0.36	— 0.23
36.51	75.05	4	+ 0.15	+ 0.32
37.51	74.60	2	— 0.12	+ 0.08
40.56	73.81	1	— 0.36	— 0.18
41.50	74.53	3	+ 0.53	+ 0.83
42.42	73.25	2	— 0.59	— 0.27
43.47	73.39	6	— 0.26	+ 0.06
44.40	73.41	4	— 0.07	+ 0.26
46.32	71.10	4	— 2.03	— 1.78
47.58	72.50	1	— 0.41	— 0.05
48.54	72.00	1	— 0.73	— 0.38
52.22	73.75	2	+ 1.67	+ 2.00
53.32	72.49	2	+ 0.61	+ 0.94
54.78	71.29	1	— 0.33	— 0.03
55.39	72.01	6	+ 0.50	+ 0.79
56.35	70.85	5	— 0.49	— 0.20
57.68	70.73	1	— 0.37	— 0.12
58.13	71.06	1	+ 0.04	+ 0.29
61.43	70.70	1	+ 0.27	+ 0.47
62.56	69.39	2	— 0.84	— 0.66
63.50	69.88	5	— 0.18	— 0.02
64.44	68.92	2	— 0.98	— 0.82
65.46	69.61	10	— 0.09	+ 0.04
66.48	70.02	6	+ 0.49	+ 0.63
67.45	69.61	4	+ 0.25	+ 0.37
68.54	68.69	2	— 0.47	— 0.36
69.50	67.53	6	— 1.47	— 1.35
70.44	69.33	4	+ 0.50	+ 0.61

Distanzen.

	ϱ	g	$\varrho - B_2$
1825.48	6″607	4	+ 0″086
31.48	6.657	2	+ 0.045
32.52	6.397	2	— 0.230
33.37	6.617	2	— 0.023
35.50	6.555	1	— 0.116
36.51	6,321	1	— 0.365
40.56	7.087	1	+ 0.342
41.51	6.700	2	— 0.058
43.62	6.644	2	— 0.144
44.40	6.759	2	— 0.040
46.17	6.770	1	— 0.052
48.54	6.770	1	— 0.084
52.22	6.847	2	— 0.053
55.32	7.223	2	+ 0.285
56.34	6.932	4	— 0.018
61.43	7.160	1	+ 0.152
62.56	7.184	2	+ 0.162
63.50	7.205	5	+ 0.172
64.44	7.244	2	+ 0.201
65.46	7.101	10	+ 0.040
66.48	7.175	7	+ 0.108
67.45	7.069	4	— 0.009
68.54	7.069	2	— 0.021
69.50	7.235	6	+ 0.133
70.44	7.069	4	— 0.044
71.42	7.137	6	+ 0.012
72.49	7.173	5	+ 0.035
73.42	7.080	4	— 0.069
74.44	7.182	3	+ 0.020
75.49	7.142	6	— 0.033
76.50	7.350	8	+ 0.102
77.55	7.276	9	+ 0.074
78.66	7.475	4	+ 0.259
79.52	7.407	12	+ 0.179

Positionswinkel.

	p	g	$p-A_1$	$p-A_2$
1871.42	68.″88	7	+ 0.°23	+ 0.°33
72.49	68.66	5	+ 0.20	+ 0.30
73.42	67.58	4	— 0.71	— 0.61
74.44	67.45	3	— 0.67	— 0.56
75.49	67.37	6	— 0.56	— 0.44
76.49	67.46	9	— 0.29	— 0.16
77.54	67.71	10	+ 0.14	+ 0.28
78.66	67.69	4	+ 0.32	+ 0.47
79.52	66.72	12	— 0.50	— 0.34
80.52	65.85	3	— 1.19	— 1.02
82.51	65.76	10	— 0.93	— 0.71
83.49	66.42	11	— 0.09	+ 0.15
84.50	65.88	11	— 0.46	— 0.18
85.57	66.22	6	+ 0.07	+ 0.37
86.61	66.76	6	+ 0.80	+ 1.13

Distanzen.

	ϱ	g	$\varrho-B_2$
1880.52	7.″245	3	+ 0.″003
82.51	7.310	10	+ 0.039
83.49	7.310	11	+ 0.024
84.50	7.349	11	+ 0.048
85.57	7.231	6	— 0.086
86.59	7.350	6	+ 0.017

Bei der Ableitung der bisherigen Formeln habe ich jedoch einen wesentlichen Umstand ausser Acht gelassen, den ich jetzt noch berücksichtigen muss.

Der Stern C bewegt sich nämlich um den Schwerpunkt von A und B in einer Ellipse, in der die Kepler'schen Gesetze gelten müssen, sodass also

$$\varrho^2 \frac{dp}{dt} = \text{Const.}$$

sein muss.

Diese Bedingung müssen also die für Positionswinkel und Distanz abgeleiteten Formeln erfüllen, infolgedessen sind die Coefficienten in den beiden Formeln nicht unabhängig von einander.

Habe ich für Positionswinkel und Distanz folgende Formeln:

$$p = \alpha + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \ldots$$
$$\varrho = \beta + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \ldots$$

so ist:

$$\varrho^2 \frac{dp}{dt} = \alpha_1 \beta^2 + \{2\alpha\beta\beta_1 + 2\alpha_2\beta^2\} t + \{3\alpha_3\beta^2 + 2\alpha_1\beta\beta_2 + \alpha_1\beta_1^2 + 4\alpha_2\beta\beta_1\} t^2 + \ldots$$

Damit dies aber gleich einer Constanten wird, müssen die Factoren von t und t^2 gleich Null sein, also

$$2\alpha\beta\beta_1 + 2\alpha_2\beta^2 = 0$$
$$3\alpha_3\beta^2 + 2\alpha_1\beta\beta_2 + \alpha_1\beta_1^2 + 4\alpha_2\beta\beta_1 = 0$$

Hieraus folgt aber:

$$\beta_1 = -\beta\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$
$$\beta_2 = \tfrac{3}{2}\beta\left\{\frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} - \frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right\}$$

oder wenn α_3 hinreichend klein ist, sodass man es gleich Null setzen kann, wie in unserem Fall

$$\beta_2 = \tfrac{3}{2}\beta\frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2}$$

Hieraus folgt also, dass wenn für den Positionswinkel die Formel besteht:

$$p = \alpha + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \ldots$$

für die Distanz folgende Formel gelten muss:

$$\varrho = \beta\left\{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}t + \tfrac{3}{2}\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2 t^2 + \ldots\right\}$$

damit der Flächensatz erfüllt wird.

Wie man sofort sieht, erfüllen die abgeleiteten Formeln (A_1) und (B) den Flächensatz nicht, sie müssen deshalb so umgeformt werden, dass sie den obigen Bedingungen entsprechen.

Für die weiteren Rechnungen wurden die oben angeführten Jahresmittel in folgende 15 Normalörter vereinigt, die der Bequemlichkeit der Rechnung wegen auf die Mitte des Jahres reducirt wurden:

	p	$p-A_1$	$p-A_2$	ϱ	$\varrho-B_1$	$\varrho-B_2$
1829.50	76°.50	+ 0°.34	+ 0°.19	6″.574	— 0″.420	— 0″.008
35.50	74.78	— 0.30	— 0.17	6.430	— 0.572	— 0.241
42.50	73.70	— 0.12	+ 0.19	6.760	— 0.251	— 0.012
45.50	72 32	— 0.96	— 0.62	6.759	— 0.256	— 0.054
54.50	72.33	+ 0.66	+ 0.96	7.046	+ 0.019	+ 0.118
56.50	70.91	— 0.40	— 0.12	6.935	— 0.099	— 0.017
63.50	69.77	— 0.29	— 0.13	7.201	+ 0.162	+ 0.168
65.50	69.71	0.00	+ 0.15	7.140	+ 0.098	+ 0.085
68.50	68.45	— 0.72	— 0.61	7.150	+ 0.104	+ 0.060
71.50	68.92	+ 0.28	+ 0.38	7.131	+ 0.081	+ 0.010

	p	$p-A_1$	$p-A_2$	ϱ	$\varrho-B_1$	$\varrho-B_2$
1874.50	67°.47	— 0°.64	— 0°.53	7″.130	+ 0″.076	— 0″.033
77.50	67.58	0.00	+ 0.14	7.344	+ 0.286	+ 0.143
80.50	66.29	— 0.75	— 0.58	7.344	+ 0.282	+ 0.102
83.50	66.24	— 0.27	— 0.03	7.322	+ 0.256	+ 0.036
86.50	66.42	+ 0.44	+ 0.77	7.298	+ 0.228	— 0.034

Da die Formel (A_1) die beobachteten Positionswinkel, wie man aus der Tabelle auf Seite 38 sieht, ziemlich gut darstellt, so bin ich von derselben ausgegangen. Aus dieser Formel folgt aber, dass die Interpolationsformel für die Distanz dann folgende Form haben muss, damit der Flächensatz erfüllt wird:

$$\varrho = \beta\{1 + 0.00019\, t\}$$

Das quadratische Glied habe ich weggelassen, da der Coefficient desselben so klein war, dass es in der hier in Betracht kommenden Zeit keinen Einfluss ausüben konnte.

Die Grösse β ergab sich aus den Normalörtern gleich 7″.0218 und hieraus folgt also für die Distanz folgende Interpolationsformel:

$$\varrho = 7''.0218 + 0''.00133\, t \qquad (B_1)$$

Diese Formel (B_1) erfüllt also in Verbindung mit Formel (A_1) den Flächensatz.

Die Vergleichung dieser Formel mit den Normalörtern zeigt aber, dass die Darstellung der Beobachtungen durch dieselbe ziemlich schlecht ist, es muss deshalb versucht werden, durch eine gemeinsame Ausgleichung der Formeln (A_1) und (B_1) einen besseren Anschluss zu erzielen.

Bei dieser Ausgleichung ist nun noch auf einen Umstand Rücksicht zu nehmen, den ich bisher ausser Acht gelassen habe. Die Interpolationsformeln für Positionswinkel und Distanzen brauchen nämlich nur dann den Flächensatz zu erfüllen, wenn sie die Bewegung des Sternes C um den Schwerpunkt darstellen; da aber die obigen Interpolationsformeln die Coordinaten auf $\frac{A+B}{2}$ bezogen geben, so muss noch ein Glied hinzugefügt werden, das davon herrührt, dass der Schwerpunkt von A und B nicht mit der Mitte von AB zusammenfällt, und das die Reduction vom Schwerpunkt auf die Mitte von AB ausdrückt.

Bezeichnet man das Verhältniss der Entfernung des Schwerpunkts von der Mitte von AB zur halben Entfernung von AB mit γ, so werden die betreffenden Glieder folgende Form haben: $\gamma \cdot f$ und $\gamma \cdot f_1$, wo man, wie man sich leicht überzeugen kann, mit hinreichender Genauigkeit für die Coefficienten f und f_1 die Grössen ansetzen kann, die man zu den auf $\frac{A+B}{2}$ bezogenen Positionswinkeln und Distanzen von C hinzufügen muss, um sie auf A zu reduciren (pag. 42).

Wir erhalten dann für die Ausgleichung der Formeln (A_1) und (B_1) Bedingungsgleichungen von folgender Form:

$$dp = d\alpha + d\alpha_1 \cdot t + d\alpha_2 \cdot t^2 + \gamma \cdot f$$

$$d\varrho = d\beta \left\{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} t\right\} + d\alpha_1 \cdot \beta \frac{\alpha_2}{\alpha_1^2} t - d\alpha_2 \cdot \frac{\beta}{\alpha_1} t + \gamma \cdot f_1$$

Diese Gleichungen sind nun so aufzulösen, dass $\Sigma(dp^2 + d\varrho^2)$ zu einem Minimum wird. Ich habe hier ebenfalls wie früher angenommen, dass der Fehler dp der jeweiligen Distanz umgekehrt proportional ist und dann also $\Sigma(\varrho dp)^2$ zu einem Minimum gemacht; um dann gleichartig zusammengesetzte Ausdrücke zu haben, habe ich dann noch die Bedingungsgleichungen für $d\varrho$ mit $\varepsilon = 57^0.296$ zu multipliciren, und die Auflösung der beiden Systeme von Bedingungsgleichungen dann so auszuführen, dass

$$\Sigma\{(\varrho dp)^2 + (\varepsilon d\varrho)^2\}$$

zu einem Minimum wird.

Aus den Fehlern, die die Formeln (A_1) und (B_1) in den Normalörtern (pag. 46) übrig lassen, ergeben sich dann folgende Bedingungsgleichungen für die Verbesserungen der Coefficienten von (A_1) und (B_1):

a) Positionswinkel.

$[0.8178]\, d\alpha +$	$[1.1400_n]\,(10\, d\alpha_1) +$	$[0.4622]\,(1000\, d\beta_2) +$	$[0.5445_n]\,(10\gamma) =$	$[0.3493]$
0.8082	0.9843_n	0.1604	0.5089_n	0.2853_n
0.8300	0.7331_n	9.6362	0.4288_n	9.9092_n
0.8299	0.5289_n	9.2278	0.3471_n	0.8122_n
0.8479	0.4500	9.0520	9.6930_n	0.6674
0.8411	0.6193	9.3974	8.6862_n	0.4432_n
0.8574	0.9713	0.0853	0.1734	0.3198_n
0.8537	1.0335	0.2096	0.2707	$-\infty$

$[0.8543]\,d\alpha +$	$[1.1096]\,(10\,d\alpha_1) +$	$[0.3648]\,(1000\,d\alpha_2) +$	$[0.3715]\,(10\,\gamma) =$	$[0.7116_n]$
0.8531	1.1753	0.4975	0.4329	0.3003
0.8531	1.2333	0.6135	0.4711	0.6593_n
0.8659	1.2973	0.7286	0.4994	$-\infty$
0.8659	1.3430	0.8201	0.5044	0.7410_n
0.8646	1.3831	0.9016	0.4795	0.2960_n
0.8632	1.4195	0.9758	0.4395	0.5067

b) Distanzen.

$[0.7564]\,(10\,d\beta) +$	$[9.9526_n]\,(10\,d\alpha_1) +$	$[1.6738_n]\,(1000\,d\alpha_2) +$	$[0.0656]\,(10\,\gamma) =$	$[1.3814_n]$
0.7568	9.8065_n	1.5277_n	0.2338	1.5155_n
0.7572	9.5335_n	1.2547_n	0.3108	1.1578_n
0.7577	9.3294_n	1.0506_n	0.3168	1.1663_n
0.7584	9.2325	0.9537	0.2360	0.0369_n
0.7586	9.4086	1.1298	0.1560	0.7537_n
0.7592	9.7443	1.4655	9.7358	0.9676
0.7594	9.8065	1.5277	9.3916	0.7493
0.7596	9.8857	1.6069	9.3144_n	0.7751
0.7598	9.9526	1.6738	9.8150_n	0.6666
0.7601	0.0106	1.7318	0.0346_n	0.6389
0.7603	0.0618	1.7830	0.1697_n	1.2145
0.7606	0.1075	1.8287	0.2592_n	1.2084
0.7608	0.1489	1.8701	0.3192_n	1.1663
0.7610	0.1867	1.9079	0.3602_n	1.1160

Hieraus werden die Normalgleichungen nach obiger Bedingung gebildet:

$+744.02 \cdot d\alpha +$	$-\quad (10\,d\beta) +$	$977.89\,(10\,d\alpha_1) +$	$338.77\,(1000\,d\alpha_2) +$	$89.34\,(10\,\gamma) =$	$-\ 135.16$
$-$	$+\ 494.44$	$+\ 43.86$	$+\ 2307.55$	$+\ 7.23$	$=+\ 1.91$
$+977.89$	$+\ 43.86$	$+3400.58$	$+\ 1442.37$	$+519.16$	$=-\ 51.47$
$+338.77$	$+2307.55$	$+1442.37$	$+33373.62$	-660.81	$=+7932.62$
$+\ 89.34$	$+\ 7.23$	$+\ 519.16$	$-\ 660.81$	$+134.06$	$=-\ 292.05$

Aus der Auflösung dieser Normalgleichungen folgen die nachstehenden Correctionen für die in (A_1) und (B_1) auftretenden Coefficienten:

$$
\begin{aligned}
d\alpha &= -0.^{\circ}0474 \\
d\alpha_1 &= -0.^{\circ}0386 \\
d\alpha_2 &= +0.^{\circ}00042 \\
d\beta &= -0.''1944 \\
\gamma &= +0.152
\end{aligned}
$$

und hiermit ergeben sich die folgenden neuen Interpolationsformeln:

$$p = 72^{\circ}.338 \; - 0^{\circ}.218\, t \; + 0^{\circ}.000454\, t^2 \; + 0.152 \cdot f \qquad (A_2)$$

$$\varrho = \; 6''.8274 + 0''.0141\, t + 0''.0000444\, t^2 + 0.152\, f_1 \qquad (B_2)$$

Die Zeit ist hier ebenfalls von 1850.50 an gezählt; f und f_1 bedeuten die Reductionen von $\frac{A+B}{2}$ auf A (pag. 42).

Diese Formeln (A_2) und (B_2) erfüllen nun den Flächensatz, indem in dem Ausdruck für $\varrho^2 \frac{dp}{dt}$ die Glieder mit t und t^2 fortfallen.

Die Vergleichung dieser Formeln mit den Beobachtungen ist auf Seite 46 angeführt. Wie man sieht, ist die Darstellung, wenigstens der Positionswinkel, eine sehr gute. Es sind beim Positionswinkel 25 positive und 24 negative Fehler bei 22 Zeichenwechsel vorhanden, bei den Distanzen 23 positive und 17 negative Fehler bei 15 Zeichenwechsel. Es ist jedoch zu hoffen, dass durch eine erneute Berechnung der systematischen Fehler und durch Untersuchung der vorhandenen Beobachtungsfehler auch in den Distanzen eine bessere Uebereinstimmung erzielt werden wird und habe ich deshalb eine solche unternommen.

Ich will schliesslich noch erwähnen, dass aus dem gefundenen γ folgen würde, dass die Masse des Sternes B gleich der 1.36-fachen Masse des Sternes A ist, während nach der Helligkeit der beiden Sterne zu schliessen für den Stern A eine grössere Masse als für den Stern B folgt.

§ 8.

Die Beobachtungen des Sternes C.

Zur Ermittelung der systematischen Fehler habe ich nun sämmtliche Beobachtungen mit den nach den Formeln A_2 und B_2 berechneten Coordinaten verglichen. In der folgenden Zusammenstellung sind unter „Abd." die Anzahl der Abende angegeben, aus denen das betreffende Jahresmittel zusammengesetzt ist, unter p und ϱ die Positionswinkel und Distanzen von C bezogen auf $\frac{A+B}{2}$, wie sie entweder direct beobachtet sind, oder durch Reduction der auf A oder B bezogenen Beobachtungen gefunden wurden; in der folgenden Rubrik ist dann angegeben, ob die

direct beobachteten Werthe auf A oder B oder $\frac{A+B}{2}$ bezogen waren. Unter „Correction“ ist der Betrag angeführt, der an die unter p und ϱ mitgetheilten Grössen angebracht werden muss, um die aus den Formeln A_2 und B_2 folgenden Coordinaten zu erhalten.

Schliesslich sind noch die mit den gefundenen Correctionen versehenen Positionswinkel und Distanzen nebst den festgesetzten Gewichten mitgetheilt.

Bezüglich der Eintheilung der Beobachter in die beiden Gewichtsgruppen habe ich ebenfalls wieder festgesetzt, dass alle diejenigen Beobachter zur ersten Gewichtsgruppe zählten, bei denen der mittlere Fehler der Gewichtseinheit im Positionswinkel $< 3^{\circ}00$, in der Distanz $< 0''.200$ war.

Diejenigen Beobachtungen, die mit einem bedeutenden Messungsfehler behaftet waren, wurden ausgeschlossen; dieselben sind in der folgenden Zusammenstellung eingeklammert.

1. W. Struve.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1825.48	4.3	78°.85	6″.750	$\frac{A+B}{2}, C$	— 1°.57	— 0″.229	77°.77	4	6″.607	4
31.48	1	76.90	6.800	„	— 1.07	— 0.188	75.82	2	6.657	2
32.52	1	76.60	6.540	„	— 1.00	+ 0.087	75.52	2	6.397	2
33.37	1	75.00	6.760	„	+ 0.41	— 0.120	73.92	2	6.617	2
34.45	1	74.40	(7.170)	„	+ 0.77	(— 0.514)	73.32	2	—	—
37.51	2	75.45	(7.330)	„	— 0.93	(— 0.629)	74.37	2	—	—
52.22	1	74.60	6.990	„	— 2.85	— 0.090	73.52	2	6.847	2

An die Beobachtung vom Jahre 1825 wurde nach den Vorschriften von O. Struve im Positionswinkel die Correction + 0°.25 angebracht.

Es ergaben sich folgende Correctionen:

a) für die Positionswinkel: — 1°.08 ± 0°.38. Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit + 1°.28; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: — 0″.143 ± 0″.054. M. F. d. G. ± 0″.142; I. Gewichtsgruppe.

2. Kaiser.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1841.56	1	73°10	6″530	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0°59	+ 0″229	73°00	2	6″676	1
43.62	8.7	73.30	6.526	„	0.00	+ 0.262	73.20	4	6.672	2
65.49	7	68.76	6.910	„	+ 0.80	+ 0.145	68.66	4	7.056	2
66.51	11.12	70.21	6.996	„	— 0.82	+ 0.071	70.11	4	7.142	2

Correction:

a) für Positionswinkel: — 0°10 ± 0°39. M. F. d. G. ± 2°00; I. Gewichtsgruppe.

b) für Distanzen: + 0″146 ± 0″046. M. F. d. G. ± 0″237; II. Gewichtsgruppe.

3. Mädler.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1834.52	2	77°43	—	$\frac{A+B}{2}, C$	— 2°27	—	75°39	2	—	—
35.50	5.2	76.69	6″555	„	— 1.74	+ 0″116	74.65	4	6″555	1
36.51	4.2	77.02	(6.321)	„	— 2.29	(+ 0.365)	74.98	4	—	—
41.47	2.1	74.67	6.753	„	— 0.96	+ 0.005	74.82	2	6.753	1
42.42	2	72.86	—	„	+ 0.67	—	73.01	2	—	—
43.40	4.3	72.87	(6.114)	„	+ 0.47	(+ 0.671)	73.02	4	—	—
44.40	3	73.02	6.759	„	+ 0.13	+ 0.040	73.17	4	6.759	2

Es folgten hieraus folgende Correctionen:

I. Periode: für die Positionswinkel: — 2°04 ± 0°19. M. F. d. G. ± 0°64; I. Gewichtsgruppe.

II. Periode: für die Positionswinkel: + 0°15 ± 0°36. M. F. d. G. ± 1°07; I. Gewichtsgruppe.

Für die Distanzen liess sich keine Correction ableiten und wurden dieselben zur zweiten Gewichtsgruppe gezählt.

4. Dembowski.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1855.32	4.3	71°90	(7″223)	$\frac{A+B}{2}, C$	— 0°67	(— 0″285)	71°90	2	—	—
56.39	2	71.10	6.810	„	— 0.05	+ 0.141	71.10	1	6″810	1
62.56	2	70.15	7.145	„	— 0.10	— 0.123	69.18	2	7.125	2
63.50	3	70.67	7.153	„	— 0.77	— 0.120	69.70	4	7.133	4

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1865.38	4	71°05	7″105	$\frac{A+B}{2}, C$	— 1°47	— 0″051	70°08	4	7″085	4
66.47	3	70.50	7.193	„	— 1.11	— 0.126	69.53	4	7.173	4
67.45	3	70.37	7.030	„	— 1.13	+ 0.048	69.40	4	7.010	4
68.54	2	69.45	7.030	„	— 0.40	+ 0.060	68.48	2	7.010	2
69.54	2	69.40	7.210	„	— 0.53	— 0.108	68.43	2	7.190	2
70.36	2	70.25	6.990	„	— 1.52	+ 0.123	69.28	2	6.970	2
71.37	3	70.10	7.077	„	— 1.54	+ 0.047	69.13	4	7.057	4
72.48	2	69.00	7.190	„	— 0 64	— 0.052	68.03	2	7.170	2
73.44	1	69.50	7.040	„	— 1.31	+ 0.109	68.53	2	7.020	2
74.48	2	69.65	7.205	„	— 1.65	— 0.042	68.68	2	7.185	2
75.45	2	68.30	7.030	„	— 0.48	+ 0.144	67.33	2	7.010	2
76.46	1	68.70	7.130	„	— 1.07	+ 0.057	67.73	2	7.110	2
77.52	1	67.30	7.170	„	+ 0.14	+ 0.031	66.33	2	7.150	2
78.53	1	67.90	7.430	„	0.66	— 0.216	66.93	2	7.410	2

Die Beobachtungen der ersten Periode (1855—56) wurden uncorrigirt benutzt und zählten zur zweiten Gewichtsgruppe.

Für die II. Periode (1862—78) ergaben sich folgende Correctionen:

a) für die Positionswinkel: — 0°97 ± 0°13. M. F. d. G. ± 0°75; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: — 0″020 ± 0″024. M. F. d. G. ± 0″143; I. Gewichtsgruppe.

5. Dunér.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1869.48	4	69°80	7″198	$\frac{A+B}{2}, C$	— 0°92	— 0″096	67°52	4	7″148	4
70.52	1	72.00	7.080	„	— 3.29	+ 0.034	69.72	2	7.030	2
71.52	1	72.20	7.150	„	— 3.66	— 0.024	69.92	2	7.100	2
72.52	2	72.20	7.150	„	— 3.84	— 0.012	69.92	2	7.100	2

Hieraus wurden folgende Correctionen gefunden:

a) für die Positionswinkel: — 2°28 ± 0°80. M. F. d. G. ± 2°25; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: — 0″050 ± 0″028. M. F. d. G. ± 0″080; I. Gewichtsgruppe.

6. Engelmann.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1864.48	2	68°.95	(7″.410)	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0°.78	(— 0″.366)	68°.95	1	—	—
65.55	3	68.40	7.063	„	+ 1.15	— 0.008	68.40	2	7″.063	2
82.43	1	64.10	7.250	„	+ 2.38	+ 0.020	63.48	2	7.417	2
83.41	2	65.80	7.055	„	+ 0.49	+ 0.230	65.18	2	7.222	2
84.44	3	66.53	7.113	„	— 0.46	+ 0.187	65.91	4	7 280	4
85.57	5	66.50	(6.872)	„	— 0.65	(+ 0.445)	65.88	4	—	—
86.63	6	67.23	7.173	„	— 1.61	+ 0.161	66.61	4	7.340	4

An die Beobachtungen der ersten Periode (1864—65) wurde keine Correction angebracht und dieselben zur zweiten Gewichtsgruppe gezählt.

Für die zweite Periode (1882—86) ergaben sich folgende Correctionen:

a) für die Positionswinkel: — 0°.62 ± 0°.53. M. F. d. G. ± 2°.18; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: + 0″.167 ± 0″.030. M. F. d. G. ± 0″.101; I. Gewichtsgruppe.

7. Schiaparelli.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1875.51	4	66°.93	7″.085	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0°.88	+ 0″.090	67°.12	4	7″.088	4
76.52	3	67.46	7.275	„	+ 0.16	— 0.087	67.65	4	7.278	4
77.58	1	68.60	7.070	„	— 1.18	+ 0.132	68.79	2	7.073	2
79.56	6	67.03	7.317	„	+ 0.02	— 0.088	67.22	4	7.320	4
82.54	5	66.08	7.247	„	+ 0.38	+ 0.025	66.27	4	7.250	4
83.53	8	66.65	7.306	„	— 0.39	— 0.020	66.84	4	7.300	4
84.53	4	65.20	7.206	„	+ 0.85	+ 0.095	65.39	4	7.209	4
85.56	2	65.30	7.291	„	+ 0.55	+ 0.026	65.49	2	7.294	2

Hieraus wurden folgende Correctionen gefunden:

a) für die Positionswinkel: + 0°.19 ± 0°.20. M. F. d. G. ± 1°.13; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: + 0″.003 ± 0″.026. M. F. d. G. ± 0″.152; I. Gewichtsgruppe.

8. Hall.

	Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction		Corrig. p	g	Corrig. ϱ	g
1863.52	2	69°75	7″255	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0°15	— 0″222	69°62	2	7″150	2
76.51	2	67.30	7.300	„	+ 0.32	— 0.112	67.17	2	7.195	2
79.54	3	67.55	7.415	B, C	— 0.50	— 0.186	67.42	4	7.310	4
82.45	3	66.33	7.263	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0.15	+ 0.007	66.20	4	7.158	4
83.47	2	67.00	7.315	„	— 0.72	— 0.029	66.87	2	7.210	2

Als Correction ergab sich:

a) für die Positionswinkel: $-0°13 \pm 0°20$. M. F. d. G. $\pm 0°69$; I. Gewichtsgruppe.

b) für die Distanzen: $-0″105 \pm 0″045$. M. F. d. G. $\pm 0″155$; I. Gewichtsgruppe.

Ausser diesen bis jetzt mitgetheilten Beobachtungen habe ich noch folgende benutzt, die sich zur Ermittelung einer Correction nicht eigneten:

		Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction	
1822.46	J. Herschel & South	2	78°38	(6″769)	$\frac{A+B}{2}, C$	— 0°34	(— 0″297)
28.40	J. Herschel	3.1	(84.87)	(6.768)	AC	(— 8.30)	(— 0.203)
30.29	-	2.1	(84.41)	(6.303)	„	(— 8.29)	(+ 0.291)
31.38	-	1	(114.39)	(6.834)	„	(—38.53)	(— 0.224)
34.35	„	1	(82.34)	—	„	(— 7.15)	—
40.56	Dawes	1	73.81	(7.087)	„	+ 0.08	(— 0.342)
46.17	Jacob	3.1	69.73	6.770	-	+ 3.09	+ 0.051
46.47	Mitchell	7.6	72.21	(7.531)	$\frac{A+B}{2}, C$ u. BC	+ 0.52	(— 0.705)
47.58	„	1	72.50	(8.610)	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0.05	(— 1.769)
48.51	„	1	72.00	6.770	„	+ 0.38	+ 0.084
53.32	Powell	5	72.49	—	„	— 0.93	—
54.78	„	2	71.29		„	+ 0.03	—
55.53	Secchi	4	70.52	(7.608)	„	+ 0.67	(— 0.668)
56.20	Jacob	3	69.62	(6.744)	AC	+ 1.46	(+ 0.204)
56.58	O. Struve	1	72.80	(7.430)	$\frac{A+B}{2}, C$	— 1.78	(— 0.477)
57.68	Jacob	1	70.73		AC	+ 0.11	—
58.13	„	1	71.06		„	— 0.29	—

		Abd.	p	ϱ	red. aus	Correction	
1861.43	O. Struve	1	70°.70	7".160	$\frac{A+B}{2}, C$	— 0°.47	— 0".151
64.40	Secchi	1	67.18	7.030	AC	+ 2.57	+ 0.013
65.51	„	4	68.23	7.077	„	+ 1.33	— 0.022
66.51	„	1	(62.28)	7.024	„	(+ 7.11)	+ 0.043
71.42	Barclay	1	60.00	(6.359)	„	+ 2.55	(+ 0.766)
72.45	Wilson & Seabroke	1	68.06	7.049	„	+ 0.31	+ 0.088
73.36	„	1	67.66	(6.862)	„	+ 0.55	(+ 0.286)
73.45	Lindstedt	1	65.20	7.300	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 2.99	— 0.151
74.37	Barclay	1	64.56	7.059	AC	+ 3.47	+ 0.102
76.44	Howe	1	66.30	(7.690)	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 1.33	(— 0.503)
76.46	Doberck	2	66.39	—	„	+ 1.24	—
77.43	Upton	1	67.10	7.170	„	+ 0.35	+ 0.030
77.46	Wilson & Seabr.	1	69.10	(6.037)	AC	— 1.65	(+ 0.563)
77.55	Jedrzejewicz	3	68.30	7.324	„	— 0.87	— 0.122
77.61	Doberck	1	66.39	(7.510)	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 1.03	(— 0.308)
77.58	Howe	1	66.90	(7.410)	„	+ 0.52	(— 0.208)
78.80	C. W. Pritchett	4	68.25	(7.480)	„	— 1.06	(— 0.262)
79.40	Howe	4	67.30	7.360	„	— 0.22	— 0.133
79.42	Stone	3	66.30	(7.510)	„	+ 0.78	(— 0.283)
79.47	Egbert	1	(56.95)	(7.950)	AC	(+10.12)	(— 0.722)
79.65	Seabroke	5.3	64.37	7.332	„	+ 2.68	— 0.102
80.53	Henry Pritchett	2	65.31	7.070	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 1.55	+ 0.172
80.40	Egbert	1	68.35	7.377	AC	— 1.46	— 0.136
80.52	Frisby	1	67.13	7.254	BC	— 0.26	— 0.012
80.51	C. W. Pritchett	1	65.12	7.410	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 1.75	— 0.168
82.59	Frisby	3	65.50	7.073	„	+ 0.95	+ 0.199
83.45	„	4	65.17	(7.062)	„	+ 1.11	(+ 0.223)
83.52	Perrotin	3	66.80	7.350	„	— 0.53	— 0.064
84.54	Henry Pritchett	1	65.45	7.200	$\frac{A+B}{2}, C$	+ 0.60	+ 0.102
84.53	Perrotin	3	65.41	7.430	BC	+ 0.64	— 0.120
86.51	Tarrant	3	65.83	7.140	$\frac{A+B}{2}, C$	— 0.18	+ 0.192

Diese Beobachtungen wurden uncorrigirt benutzt und zur zweiten Gewichtsgruppe gezählt.

Die Thatsache, dass bei den Distanzen so viele bedeutende Messungsfehler auftreten, mag etwas befremden, allein wenn man bedenkt, dass es sich um Distanzmessungen handelt zwischen einem leuchtenden Punkte und einem nichtleuchtenden Punkte, der nur dadurch bestimmt ist, dass er in der Mitte zwischen zwei anderen leuchtenden Punkten liegt, so wird man zugeben, dass hierbei sehr leicht bedeutendere Messungsfehler auftreten können.

Ich theile nun sämmtliche Beobachtungen, die ich zur Bildung der neuen Jahresmittel benutzt habe, in chronologischer Reihenfolge und mit den abgeleiteten Correctionen versehen, nebst den festgesetzten Gewichten hier mit:

		p	g	ϱ	g
1822.46	J. Herschel	78°38	1	—	—
25.48	W. Struve	77.77	4	6.″607	4
31.48	W. Struve	75.82	2	6.657	2
32.52	W. Struve	75.52	2	6.397	2
33.37	W. Struve	73.92	2	6.617	2
34.45	W. Struve	73.32	2	—	—
34.52	Mädler	75.39	2	—	—
35.50	Mädler	74.65	4	6.555	1
36.51	Mädler	74.98	4	—	—
37.51	W. Struve	74.37	2	—	—
40.56	Dawes	73.81	1	—	—
41.47	Mädler	74.82	2	6.753	1
41.56	Kaiser	73.00	2	6.676	1
42.42	Mädler	73.01	2	—	—
43.40	Mädler	73.01	4	—	—
43.62	Kaiser	73.20	4	6.672	2
44.40	Mädler	73.17	4	6.759	2
46.17	Jacob	69.73	2	6.770	1
46.47	Mitchell	72.24	2	—	—
47.58	Mitchell	72.50	1	—	—
48.54	Mitchell	72.00	1	6.770	1

		p	g	ϱ	g
1852.22	W. Struve	73°52	2	6″847	2
53.32	Powell	72.49	2	–	—
54.78	Powell	71.29	1	—	—
55.32	Dembowski	71.90	2	—	—
55.53	Secchi	70.52	2	—	—
56.20	Jacob	69.62	2	—	—
56.39	Dembowski	71.10	1	6.810	1
56.58	O. Struve	72.80	1	—	—
57.68	Jacob	70.73	1	—	—
58.13	Jacob	71.06	1	—	—
61.43	O. Struve	70.70	1	7.160	1
62.56	Dembowski	69.18	2	7.125	2
63.50	Dembowski	69.70	4	7.133	4
63.52	Hall	69.62	2	7.150	2
64.40	Secchi	67.18	1	7.030	1
64.48	Engelmann	68.95	1	—	—
65.38	Dembowski	70.08	4	7.085	4
65.49	Kaiser	68.66	4	7.056	2
65.51	Secchi	68.23	2	7.077	2
65.55	Engelmann	68.40	2	7.063	2
66.47	Dembowski	69.53	4	7.173	4
66.51	Kaiser	70.11	4	7.142	2
66.51	Secchi	—	—	7.024	2
67.45	Dembowski	69.40	4	7.010	4
68.54	Dembowski	68.48	2	7.010	2
69.48	Dunér	67.52	4	7.148	4
69.54	Dembowski	68.43	2	7.190	2
70.36	Dembowski	69.28	2	6.970	2
70.52	Dunér	69.72	2	7.030	2
71.37	Dembowski	69.13	4	7.057	4
71.42	Barclay	66.00	1	—	—
71.52	Dunér	69.92	2	7.100	2

		p	g	ϱ	g
1872.45	Wilson & Seabroke	68°06	1	7″049	1
72.48	Dembowski	68.03	2	7.170	2
72.52	Dunér	69.92	2	7.100	2
73.44	Dembowski	68.53	2	7.020	2
73.45	Lindstedt	65.20	1	7.300	1
73.36	Wilson & Seabroke	67.66	1	—	—
74.37	Barclay	64.56	1	7.059	1
74.48	Dembowski	68.68	2	7.185	2
75.45	Dembowski	67.33	2	7.010	2
75.51	Schiaparelli	67.12	4	7.088	4
76.44	Howe	66.30	1	—	—
76.46	Doberck	66.39	1	—	—
76.46	Dembowski	67.73	2	7.110	2
76.51	Hall	67.17	2	7.195	2
76.52	Schiaparelli	67.65	4	7.278	4
77.43	Upton	67.10	1	7.170	1
77.46	Wilson & Seabroke	69.10	1	—	—
77.52	Dembowski	66.33	2	7.150	2
77.55	Jedrzejewicz	68.30	2	7.324	2
77.58	Howe	66.90	1	—	—
77.58	Schiaparelli	68.79	2	7.073	2
77.61	Doberck	66.39	1	—	—
78.53	Dembowski	66.93	2	7.410	2
78.80	C. W. Pritchett	68.25	2	—	—
79.40	Howe	67.30	2	7.360	2
79.42	Stone	66.30	2	—	—
79.54	Hall	67.42	4	7.310	4
79.56	Schiaparelli	67.22	4	7.320	4
79.65	Seabroke	64.37	2	7.332	2
80.40	Egbert	68.35	1	7.377	1
80.51	C. W. Pritchett	65.12	1	7.410	1
80.52	Frisby	67.13	1	7.254	1
80.53	Henry Pritchett	65.31	1	7.070	1
82.43	Engelmann	63.48	2	7.417	2
82.45	Hall	66.20	4	7.158	4

		p	g	ϱ	g
1882.54	Schiaparelli	66°.27	4	7″.250	4
82.59	Frisby	65.50	2	7.073	2
83.41	Engelmann	65.18	2	7.222	2
83.45	Frisby	65.17	2	—	—
83.47	Hall	66.87	2	7.210	2
83.52	Perrotin	66.80	2	7.350	2
83.53	Schiaparelli	66.84	4	7.309	4
84.44	Engelmann	65.91	4	7.280	4
84.53	Perrotin	65.41	2	7.430	2
84.53	Schiaparelli	65.39	4	7.209	4
84.54	Henry Pritchett	65.45	1	7.200	1
85.56	Schiaparelli	65.49	2	7.294	2
85.57	Engelmann	65.88	4	—	—
86.51	Tarrant	65.83	2	7.140	2
86.63	Engelmann	66.61	4	7.340	4

Diese Beobachtungen wurden nun mit Rücksicht auf die Gewichte in folgende Jahresmittel vereinigt:

Positionswinkel.

	p	g	$p - A_2$
1822.46	78°.38	1	+ 0°.34
25.48	77.77	4	+ 0.48
31.48	75.82	2	— 0.01
32.52	75.52	2	— 0.08
33.37	73.92	2	— 1.49
34.48	74.35	4	— 0 89
35.50	74.65	4	— 0.30
36.51	74.98	4	+ 0.25
37.51	74.73	1	+ 0.21
40.56	73.81	1	— 0.18
41.51	73.91	4	+ 0.21
42.42	73.01	2	— 0.51
43.51	73.10	8	— 0.22
44.40	73.17	4	+ 0.02
46.32	70.98	4	— 1.80
47.58	72.50	1	— 0.05
48.54	72.00	1	— 0.38

Distanzen.

	ϱ	g	$\varrho - B_2$
1825.48	6″.607	4	+ 0″.086
31.48	6.657	2	+ 0.045
32.52	6.397	2	— 0.230
33.37	6.617	2	— 0.023
35.50	6.555	1	— 0.116
41.51	6.714	2	— 0.044
43.62	6.672	2	— 0.116
44.40	6.759	2	— 0.040
46.17	6.770	1	— 0.052
48.54	6.770	1	— 0.084
52.22	6.847	2	— 0.053
56.39	6.810	1	— 0.141
61.43	7.160	1	+ 0.151
62.56	7.125	2	+ 0.103
63.51	7.138	6	+ 0.105
64.40	7.030	1	— 0.013
65.46	7.073	10	+ 0.018

Positionswinkel.

	p	g	$p-A_2$
1852.22	73°52	2	+ 1°77
53.32	72.49	2	+ 0.94
54.78	71.29	2	— 0.03
55.42	71.21	4	0.00
56.34	70.79	4	— 0.27
57.68	70.73	1	— 0.12
58.13	71.06	1	+ 0.29
61.43	70.70	1	+ 0.47
62.56	69.18	2	— 0.87
63.51	69.67	6	— 0.23
64.44	68.06	2	— 1.68
65.47	69.02	12	— 0.55
66.49	69.82	8	+ 0.43
67.45	69.40	4	+ 0.16
68.54	68.48	2	— 0.57
69.50	67.82	6	— 1.06
70.44	69.50	4	+ 0.78
71.42	68.91	7	+ 0.36
72.49	68.79	5	+ 0.43
73.42	67.48	4	— 0.71
74.44	67.31	3	— 0.70
75.49	67.19	6	— 0.62
76.49	67.31	10	— 0.31
77.54	67.63	10	+ 0.20
78.66	67.59	4	+ 0.37
79.52	66.75	14	— 0.31
80.49	66.48	4	— 0.39
82.50	65.65	12	— 0.82
83.49	65.71	12	— 0.56
84.50	65.59	11	— 0.47
85.57	65.75	6	— 0.10
86.59	66.35	6	+ 0.72

Distanzen.

	ϱ	g	$\varrho-B_2$
1866.49	7″128	8	+ 0″061
67.45	7.010	4	— 0.068
68.54	7.010	2	— 0.080
69.50	7.162	6	+ 0.060
70.44	7.000	4	— 0.113
71.42	7.071	6	— 0.054
72.49	7.118	5	— 0.020
73.44	7.115	3	— 0.034
74.44	7.143	3	— 0.019
75.49	7.062	6	— 0.113
76.50	7.215	8	+ 0.027
77.53	7.181	7	— 0.020
78.53	7.410	2	+ 0.196
79.54	7.325	12	+ 0.106
80.49	7.278	4	+ 0.036
82.50	7.218	12	— 0.053
83.50	7.280	10	— 0.006
84.50	7.274	11	— 0.027
85.56	7.294	2	— 0.023
86.59	7.273	6	— 0.060

Diese Jahresmittel wurden nun mit den nach den Formeln (A_2) und (B_2) berechneten Coordinaten verglichen; die dabei gefundenen Unterschiede sind in obiger Tabelle angeführt. Dieselben sind, wie ersichtlich, fast durchweg ziemlich klein. Auch die Vertheilung der Zeichen ist wenigstens bei den Positionswinkeln ziemlich gut, bei den Distanzen

allerdings nicht. Dies rührt wohl zum grössten Theile von der Unsicherheit der berechneten systematischen Fehler einzelner Beobachter her. Auch ist klar, dass bei den Beobachtungen der Stellung des Sternes C gegen die Mitte von A und B die systematischen Fehler wesentlich von der gegenseitigen Stellung der Sterne A und B abhängen. Diese Abhängigkeit jedoch bei der Ableitung von systematischen Fehlern berücksichtigen zu wollen, ist zur Zeit nicht möglich, da man die Art, in welcher die gegenseitige Stellung der Sterne A und B die systematischen Fehler bei den einzelnen Beobachtern beeinflusst, nicht kennt.

Unter Berücksichtigung dieser Umstände kann man wohl sagen, dass die Formeln (A_2) und (B_2) die Beobachtungen so gut darstellen, wie man es überhaupt von einer Interpolationsformel verlangen kann.

Ich führe hier zum Schluss noch eine nach den Formeln (A_2) und (B_2) berechnete Ephemeride für die Positionswinkel und Distanzen des Sternes C, bezogen auf $\frac{A+B}{2}$, an:

	p	ϱ		p	ϱ
1822.5	78°.03	6″.473	1843.5	73°.32	6″.786
23.5	77.78	6.489	44.5	73.13	6.800
24.5	77.53	6.505	45.5	72.94	6.813
25.5	77.28	6.521	46.5	72.75	6.826
26.5	77.03	6.537	47.5	72.57	6.840
27.5	76.79	6.552	48.5	72.39	6.853
28.5	76.55	6.567	49.5	72.22	6.866
29.5	76.31	6.582	50.5	72.05	6.878
30.5	76.07	6.597	51.5	71.87	6.891
31.5	75.83	6.612	52.5	71.70	6.904
32.5	75.60	6.627	53.5	71.53	6.916
33.5	75.38	6.642	54.5	71.37	6.928
34.5	75.16	6.657	55.5	71.20	6.940
35.5	74.95	6.671	56.5	71.03	6.952
36.5	74.75	6.686	57.5	70.87	6.964
37.5	74 52	6.701	58.5	70.71	6.976
38.5	74.31	6.715	59.5	70.54	6.987
39.5	74.10	6.730	60.5	70.38	6.998
40.5	73.90	6.744	61.5	70.22	7.010
41.5	73.70	6.758	62.5	70.06	7.021
42.5	73.51	6.772	63.5	69.90	7.033

	p	ϱ		p	ϱ
1864.5	69°73	7".044	1876.5	67°62	7".188
65.5	69.56	7.055	77.5	67.44	7.201
66.5	69.39	7.067	78.5	67.25	7.214
67.5	69.23	7.079	79.5	67.06	7.228
68.5	69.06	7.090	80.5	66.87	7.242
69.5	68.88	7.102	81.5	66.67	7.256
70.5	68.71	7.114	82.5	66.47	7.271
71.5	68.54	7.126	83.5	66.27	7.286
72.5	68.36	7.138	84.5	66.06	7.301
73.5	68.18	7.150	85.5	65.86	7.316
74.5	68.00	7.163	86.5	65.65	7.332
75.5	67.81	7.175	87.5	65.45	7.348

Druckfehler.

Seite 48, 8. Zeile von unten lies $1000\, d\alpha_2$ statt $1000\, d\beta_2$.